FILALI JAOUAD

ENSEMBLES DES NOMBRES TC

I) ENSEMBLES : IN ; $\mathbb{Z}$; ID ; $\mathbb{Q}$ et IR :

- *L'ensemble IN est l'ensemble des entiers naturels.*
- *L'ensemble $\mathbb{Z}$ est l'ensemble des entiers relatifs.*
- *L'ensemble ID est l'ensemble des nombres décimaux et définis par :*

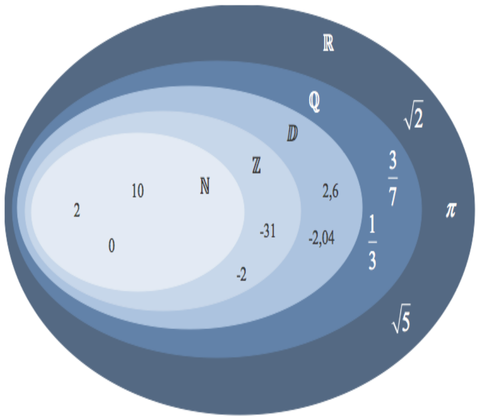
  $$ID=\left\{\frac{a}{10^n} \,/\, a\in\mathbb{Z} \text{ et } n\in IN\right\}$$

  Un nombre décimal a une écriture avec un nombre fini de chiffres après la virgule.
- *L'ensemble $\mathbb{Q}$ est l'ensemble des nombres rationnels défini par :*

  $$\mathbb{Q}=\left\{\frac{a}{b} \,/\, a\in\mathbb{Z} \text{ et } b\in IN^*\right\}$$
- *L'ensemble IR est l'ensemble qui contient les nombres rationnels et irrationnels.*

Exemple : *Recopie le tableau suivant et le compléter en utilisant l'un des symboles : $\in$ ou $\notin$:*

	IN	$\mathbb{Z}$	ID	$\mathbb{Q}$	IR
-7^2					
$\frac{21}{4-11}$					
$\frac{1}{4}+\frac{11}{4}$					
$\frac{\sqrt{36}-1}{(4)^2-1}$					
$-\pi$					
$\sqrt{20}\times\sqrt{45}$					



II) RACINES CARRÉES :

Définition :

Soit x et y 2 réels positifs. $x=y^2$ équivaut à $y=\sqrt{x}$

Propriétés :

- Pour tout réel positif x :

  $\left(\sqrt{x}\right)^2=\sqrt{x^2}=x$
- $\sqrt{x^2}=-x$ si $x\le 0$
- $\sqrt{xy}=\sqrt{x}\sqrt{y}$ $(x\ge 0 \text{ et } y\ge 0)$
- $\sqrt{\frac{x}{y}}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$ $(x\ge 0 \text{ et } y>0)$

III) PUISSANCES DANS IR :

Définition :

Soit a un réel et n un entier naturel non nul. $a^n=\underbrace{a\times a\times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$

- Par convention : si $a\neq 0$
- $a^0=1$ et $a^1=a$

Propriétés :

Pour tout a et b de IR et m,n de $\mathbb{Z}$; on a : $\boxed{a^m\times a^n=a^{m+n}}$; $\boxed{\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}}$; $\boxed{(a\times b)^n=a^n\times b^n}$

Pour tout a et b de IR^* et m,n de $\mathbb{Z}$; on a : $\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}}$ $\boxed{a^{-1}=\frac{1}{a^n}}$

Pour tout a de IR^+ $\boxed{\sqrt{a^n}=\left(\sqrt{a}\right)^n}$

IV)L'ÉCRITURE SCIENTIFIQUE

Définition:

soit x un décimal

l'écriture scientifique de x avec : $x = a \times 10^{p}$ $(1 \le a < 10)$ $et\, p \in \mathbb{Z}$ *et* $a \in ID$

Exemple :

$596\,000 = 5{,}96 \times 10^{5}$

$0{,}000\,478 = 4{,}78 \times 10^{-4}$

$459{,}123 \times 10^{2} = 4{,}591\,23 \times 10^{4}$

V)DÉVELOPPEMENT-FACTORISATION ET IDENTITÉS REMARQUABLES :

1) Développement-factorisation :

Définitions:

- *Développer un produit signifie le transformer en somme de termes.*
- *Factoriser une somme signifie le transformer en produit de facteurs.*

2) Identités remarquables :

Soient a et b deux réels.

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$
- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
- $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
- $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \cdots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$

Le tableau est le suivant est le triange de Pascal ce lui qui nous permet de trouver les coefficients:

Rang 0	1						
Rang 1	1	1					
Rang 2	1	2	1				
Rang 3	1	3	3	1			
Rang 4	1	4	6	4	1		
Rang 5	1	5	10	10	5	1	
Rang 6	1	6	15	20	15	6	1

$(a+b)^3 = 1\,a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$

► Autre représentation :

1	1	1	1	1	1	1
1	2	3	4	5	6	7
1	3	6	10	15	21	28
1	4	10	20	35	56	84
1	5	.	.	.	.	.

La première ligne est constituée de 1. Chaque autre ligne commence par 1 et les autres nombres sont les sommes de deux nombres : celui qui se trouve à gauche (sur la même ligne) avec celui qui se situe juste au-dessus.
C'est sous cette forme que Pascal présente son tableau arithmétique.

Exemple :

$(1+x)^3 = 1 + 3x + 3x^2 + x^3$

$(2y-1)^3 = (2y)^3 - 3 \times (2y)^2 \times 1 + 3 \times 2y \times 1^2 - 1^3$

$\quad = 8y^3 - 12y^2 + 6y - 1$