LES SUITES NUMÉRIQUES

I)LA SUITE MAJORÉE, MINORÉE ET BORNÉE

Définitions :

i) On dit qu'une suite $(U_n)_{n\geqslant n_0}$ est majorée s'il existe un réel M tel que $(\forall n \geqslant n_0) : U_n \leqslant M$.

ii) On dit qu'une suite $(U_n)_{n\geqslant n_0}$ est minorée s'il existe un réel m tel que $(\forall n \geqslant n_0) : U_n \geqslant m$.

iii) On dit qu'une suite $(U_n)_{n\geqslant n_0}$ est bornée s'il existe un réel positif C tel que $(\forall n \geqslant n_0) : |U_n| \leqslant C$. (càd la suite est majorée et minorée à la fois)

Remarques :

- Toute suite positive est minorée par 0.
- Toute suite négative est majorée par 0.

II)LA SUITE MONOTONE

Définitions :

On dit qu'une suite est monotone s'elle est croissante ou décroissante.

Définitions et propriétés:

i. $(U_n)_{n\geqslant n_0}$ est croissante $\Leftrightarrow (\forall n \geqslant n_0) : U_{n+1} \geqslant U_n \Leftrightarrow (\forall n \geqslant n_0) : U_{n+1} - U_n \geqslant 0$.

ii. $(U_n)_{n\geqslant n_0}$ est strictement croissante $\Leftrightarrow (\forall n \geqslant n_0) : U_{n+1} > U_n \Leftrightarrow (\forall n \geqslant n_0) : U_{n+1} - U_n > 0$.

iii. $(U_n)_{n\geqslant n_0}$ est décroissante $\Leftrightarrow (\forall n \geqslant n_0) : U_{n+1} \leqslant U_n \Leftrightarrow (\forall n \geqslant n_0) : U_{n+1} - U_n \leqslant 0$.

iv. $(U_n)_{n\geqslant n_0}$ est strictement décroissante $\Leftrightarrow (\forall n \geqslant n_0) : U_{n+1} < U_n \Leftrightarrow (\forall n \geqslant n_0) : U_{n+1} - U_n < 0$.

v. $(U_n)_{n\geqslant n_0}$ est constante $\Leftrightarrow (\forall n \geqslant n_0) : U_{n+1} = U_n$.

Propriétés:

✓ Une suite croissante est minorée par son premier terme.(càd $(\forall n \geqslant n_0) : U_n \geqslant U_{n_0}$)

✓ Une suite décroissante est majorée par son premier terme.(càd $(\forall n \geqslant n_0) : U_n \leqslant U_{n_0}$)

III)LA SUITE ARITHMÉTIQUE - LA SUITE GÉOMÉTRIQUE

	une suite arithmétique	une suite géométrique
définition	$(\forall n \geqslant n_0) : U_{n+1} = U_n + r$	$(\forall n \geqslant n_0) : U_{n+1} = qU_n$
le terme général U_n	$(\forall n \geqslant n_0) : U_n = U_p + (n-p)r$	$(\forall n \geqslant n_0) : U_n = U_p \times q^{n-p}$
la somme $S_n = U_p + ... + U_n$	$S_n = \left(\frac{n-p+1}{2}\right)(U_p + U_n)$	$S_n = \left(\frac{1-q^{n-p+1}}{1-q}\right) \times U_p \; ; (q \neq 1)$

Exemple :

la somme de GAuss $1+2+3+........+n = \frac{n(n+1)}{2}$