La partie entière d'un réel

1^e SM

Définition :

Soit $x \in IR$

Il existe un nombre relatif unique n tel que : $n \leq x < n+1$

Le nombre n s'appelle la partie entière de x et on écrit $[x]$ ou $E(x)$.

et on a : $n = E(x) \Leftrightarrow \begin{cases} n \leq x < n+1 \\ n \in \mathbb{Z} \end{cases}$

Remarque : $n = E(x) \Leftrightarrow (x = n + r \; et \; r \in [0,1[$

Ex 1 : Soit n ∈ IN

Déterminer $E\left(\frac{n+1}{n}\right)$, $E\left(\frac{2n+3}{n+1}\right)$, $E\left(\frac{1-4n}{2n+1}\right)$, $E\left(\frac{n^2+2n+4}{n+1}\right)$

Ex 2 : Soit n ∈ IN

Déterminer $E(\sqrt{n^2+n})$, $E(\sqrt{(n+1)(n+2)})$, $E(\sqrt{(n+2)(n+4)})$, $E(\sqrt{(4n^2+4n)}$

Ex 3 : Suivent x , y deux nombres réels

Montrer que : $[x-y] = [x] - [y] - \varepsilon \; et \; [x+y] = [x] + [y] + \varepsilon \; avec \; \varepsilon = 0 \; ou \; \varepsilon = 1$

Ex 4 : Résoudre dans IR

$[x+1] = 4$, $[\sqrt{x-2}]=3$, $[x^2 - 3x + 3] = 1$, $[1-4x] = \frac{1}{2}$

Ex 5 : Résoudre dans IR

$[x] \geq 2$, $[3-x] < 1$, $\left[\frac{2}{x-1}\right] \leq \frac{3}{2}$

Ex 6 : Calculer en fonction de n $S_n = \left[\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right] + \left[\frac{3+\sqrt{3}}{3}\right] + \ldots + \left[\frac{n+\sqrt{n}}{n}\right]$

Ex 7 : Soit x ∈ IR t.q $[x]^2 \leq x$

a) Montrer que : $0 \leq [x]^2 - [x] < 1$

b) Déterminer les valeurs de x