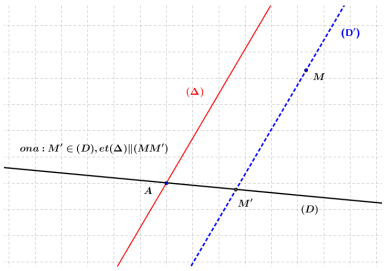
PROJECTION DANS LE PLAN

TC BIOF

PROJECTION SUR UNE DROITE PARALLÈLEMENT À UNE AUTRE DROITE

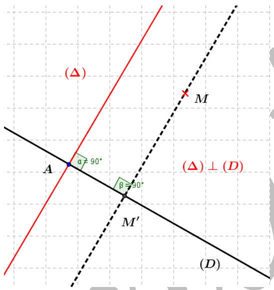
1-DÉFINITION :

Soient (D) , (Δ) deux droites sécantes en un pont A , et soit M un point du plan
La droite qui passe par M et parallèle (Δ) coupe (D) en un point M'
- le point M' s'appelle la projection du point M sur (D) parallèlement a (Δ)
- la droite (D) s'appelle la direction de la projection



2-CAS PARTICULIER

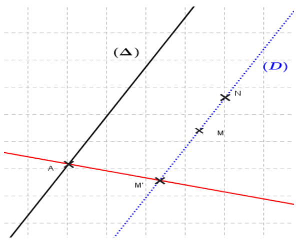
Si la droite (D) , (Δ) sont perpendiculaire (on dit aussi orthogonales) on dit que M'est la projection orthogonale de M sur (D)



3-PROPRIÉTÉS

Propriété 1

- Chaque point de (D) est confondu avec sa projection
- Est tout point confondu avec sa projection est un point de (D)
- On dit que la droite (D) est invariante par la projection sur (D) parallèlement à (Δ)



Propriété 2

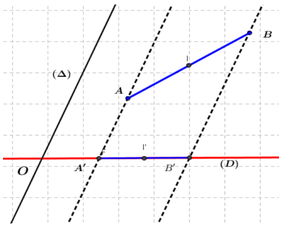
Soit A un point de (D) ,l'ensemble des points qu'ont la même projection que le point A sur (D) parallèlement à c'est (Δ) c'est la droite (D)

Propriété 3

Si (Δ′) // (Δ) alors la projection sur (D) parallèlement à (Δ) est la projection sur (D) parallèlement à (Δ′)

4) PROJECTION D'UNE PARTIE

Projection d'un segment



Propriété

Soi A et B deux points du plan tels que $A \neq B$,

- A' et B' sont respectivement leur projection sur (D) parallèlement à (Δ) alors :$[A'B']$ est la projection de $[AB]$
- Si I est le milieu de $[AB]$, I' le milieu de $[A'B']$ alors I' est la projection de I sur (D) parallèlement à (Δ)

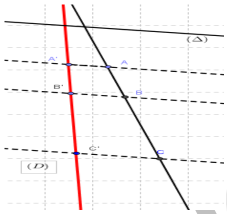
5) THÉORÈME DE THALES ET RÉCIPROQUE

a) Propriété : (Thales direct)

A , B et C trios points alignés

A ', B' et C' sont respectivement les projections de A , B et C sur (D) parallèlement à (Δ)

Si on a : $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$ alors $\overrightarrow{A'C'} = k\overrightarrow{A'B'}$, avec $(k \in \mathbb{R})$

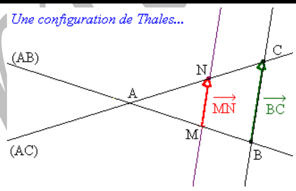


Propriété (Thales réciproque)

ABC un triangle ; M un point de (AB) distinct de A ; N un point de (AC) distinct de A

i. Si $\begin{cases} \overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{AC} \end{cases}$ alors $\overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{BC}$ (donc les droites (MN) et (BC) sont parallèles)

ii .Si $\begin{cases} \overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB} \\ (MN) \mathbin{//} (BC) \end{cases}$ alors $\overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{AC}$



Démonstration

(i) On suppose ici que $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{AC}$

On peut alors écrire que : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{AC} - k\overrightarrow{AB} = k(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = k\overrightarrow{BC}$

D'après la relation Chasles ! Ainsi $(MN) \mathbin{//} (BC)$

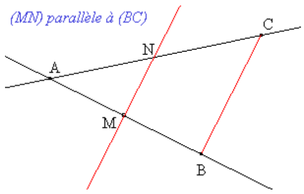
(ii) : On suppose à présent que $\overrightarrow{AM} = k\,\overrightarrow{AB}$ et que (MN) est parallèle à (BC).

Faisons une figure

Par projection d'axe (BC) sur (AC) on a A projeté de lui-même A,

M a pour projection N car (MN) est parallèle à (BC),

B a pour projection C



Comme $\overrightarrow{AM} = k\,\overrightarrow{AB}$ alors on a $\overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{AC}$ est c'est bien ce qu'on voulait