

1h30mn

Ex 1:*Donner la négation de ces propositions et donner leur valeur de vérité.*

$$(P): (\exists x \in \mathbb{R}) \quad x < \sqrt{x} + 1$$

2pts

$$(Q): (\forall x \in \mathbb{R}^*) (\exists y \in \mathbb{R}) \quad x^2 + xy + y^2 = 0$$

2pts

$$(Q): (\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad \frac{n+17}{n+3} \notin \mathbb{N}$$

2pts

$$(R): (\forall x \in \mathbb{R}) \quad x^2 + x + 3 > 0 \Rightarrow x \leq 1$$

2pts

Ex 2:*1- En utilisant un raisonnement par contraposé montrer que :*

$$(\forall a, b \in \mathbb{R}) \quad a \neq 2 \text{ et } b \neq 3 \Rightarrow ab - 3a \neq 2b - 6$$

2 pts

$$2- \text{ Montrer que } \forall x \in \mathbb{R} \quad \sqrt{x^2 + x + 1} + (x + \frac{1}{2}) > 0$$

2pts

$$3- \text{ En utilisant un raisonnement par l'absurde, montrer } (\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad \sqrt{\frac{n}{n+1}} \notin \mathbb{Q}$$

2pts

Ex 3: *En utilisant un raisonnement par récurrence montrer que :*

$$1) (\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

3pts

$$2) (\forall n \in \mathbb{N}) \quad 7/3^{2n+1} + 2^{n+2}$$

3pts