MATHÉMATIQUES

2^e BACCALAURÉAT SCIENCES - PC

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3 heures - COEFFICIENT : 7

Filali jaouad Prof Maths — GROUPE SCOLAIRE ★ FEZ CITY ★

Exercice 1 (17pts)

On considère la fonctio f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = x - 2\sqrt{x} + 2 \ ; x \geq 0 \\ f(x) = \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+1}} + 2 \ \ ; x < 0 \end{cases}$

1pt — 1°) a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

1pt — b) étudier la continuité de f en 0

2pts — c) Etudier la dérivabilité de f en 0 et interpoler géométriquement les résultats.

0.5pt — 2°) a) Montrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 2$ est une asymptote oblique à (Cf) en $-\infty$

1pt — b) Etudier la position relative de (Cf) et (D) aux $]-\infty, 0[$.

1pt — c) Etudier la branche infinie de Cf) au voisinage de $+\infty$

0.5pt — 3°) a) Montrer que $(\forall x \in]0,+\infty[)\ f'(x) = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$

0.5pt — b) Montrer que $(\forall x \in]-\infty,0[)\ f'(x) = \dfrac{x(x^2+2)}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

1pt — c) -Étudier les variations de f puis donner le T.V de f

1pt — 4°) a) Determiner $f([1,2])$

1pt — b) Monter que $(\forall x \in [1,+\infty[)\ f(x) \leq x$

5°) Soit g larestriction de f sur l'intervalle $[1,+\infty[$

0.5pt — a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sun un intervalle J à déterminer

1pt — b) Déterminer $g^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$

1,5pt — 6°) Construire (Cf) et $(C_{g^{-1}})$ dans le même repère orthonormé $(0, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

0.5pt — 7°) Résoudre graphiquement $f(x) > 0$

8°) On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ (\forall n \in \mathbb{N})\, u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

1pt — a) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N})\ 1 \leq u_n \leq 2$

1pt — b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante

1pt — c) En déduire que la suite (u_n) est convergente puis calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$

Exercice 2 (4pts)

1pt 1) Montrer que l'équation $x^5-5x+1=0$ admet une solution unique α tel que $0<\alpha<1$

0.5pt 2) a) En utilisant la méthode de dichotomie donner un encadrement de a d'amplitude 0,25

0.5pt b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $x^5-5x+1\leq 0$

3) on pose $g(x)=x^5-5x+1$

0.5pt a) Montrer $(\forall x\in\mathbb{R})\, g'(x)=5(x^2+1)(x^2-1)$

0.5pt b) Etudier les variations de g et dresser le tableau de variation

1pt c) Etudier le signe de g sur $\mathbb{R}$

Exercice 3 (9pts)

Soit (u_n) une suite numérique définie par : $u_0=1$, $u_{n+1}=\frac{4U_n+3}{U_n+2}$, $n\in\mathbb{N}$

2pt 1°) Montrer que $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 1\leq u_n\leq 3$

1.5pt 2°) Etudier la monotonie de(u_n)

3°) On pose $v_n=\frac{U_n+1}{u_n-2}$, $n\in\mathbb{N}$

1pt a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique déterminer sa raison et son premier terme.

1.5pt b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n puis calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n$

1pt c) Calculer la somme $S_n=v_0+v_1+\cdots\ldots\ldots+v_n$

1.5pt d) Montrer que $(\forall n\in\mathbb{N})\,3-u_{n+1}\leq\frac{1}{3}(3-u_n)$ En déduire que $(\forall n\in\mathbb{N})\;0<3-u_n\leq\frac{2}{3^n}$

0.5pt Calculer a nouveau $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n$

Bonus 2pts

Une réponse et une seule est juste laquelle ?

Question 1 $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{n(-1)^n}{2n^2+1}=l$

A	B	C	D	E
$l=1$	$l=0$	$l=-1$	$l=+\infty$	n'existe pas

Question 2

On considère la suite (u_n) définie par : $u_n=2^n+3^n$ cette suite vérifie la relation de récurrence suivante :

A	B	C	D	E
$u_{n+2}=3u_{n+1}+2u_n$	$u_{n+2}=3u_{n+1}-2u_n$	$u_{n+2}=5u_{n+1}-6u_n$	$u_{n+2}=5u_{n+1}+6u_n$	$u_{n+2}=6u_{n+1}-5u_n$