فاس سيتي كوليج
للتعليم الخصوصي
ابتدائي – ثانوي إعدادي – ثانوي تأهيلي

Prof : Filali Jaouad **1SM 2 (revision)** **2018/2019**

Ex : 1

I°) on considère l'application $f :]2,+\infty[\to \left]0,\frac{1}{2}\right[$

$$x \to f(x) = \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}$$

1°) Montrer que f est une application

2°) Montrer que f est une bijection Déterminer f^{-1}

II On considère l'application f définie de IR ver $]-1,1[$ *par* $f(x)=\frac{x}{1+|x|}$

1°) Montrer que f est une bijection puis déterminer la bijection réciproque f^{-1}

2°) Déterminer l'expression de $f^{(2)}(x)=(fof)(x)$ *pour tout x de IR*

3°) Déterminer par récurrence l'expression de $f^{(n)}(x)=(fofof\ldots\ldots of)(x)$ *pour tout x de IR et pour tout n de IN avec n≥ 2*

4°) Montrer que $\forall x\in\mathbb{R} : f^{(n)}(x)=\frac{1}{n}f(nx)$ *En déduire* $f^{(n)}(\mathbb{R})$

Ex : 2

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *définie par:* $u_0 = 11$ *et* $u_{n+1} = \frac{10}{11}u_n + \frac{12}{11}$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$.

1) Vérifier que : $u_{n+1} - 12 = \frac{10}{11}(u_n - 12)$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$.

2) a) Montrer , par récurrence, que : $u_n < 12$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$.

b) Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$. *Est une suite strictement croissante*

c) En déduire que la suite (u_n) *est convergente .*

3) Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *la suite définie par:* $v_n = u_n - 12$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$

a) montrer que (v_n) *est géométrique de* 10 *; puis écrire* v_n *en fonction de n*

b) Montrer que : $u_n = 12 - (\frac{10}{11})^n$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$.

Ex : 3 *On considère la suite* (u_n) *définie par* $u_0 = 1$ *et* $u_{n+1} = \frac{3u_n}{21+u_n}$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$

1) Montrer que $u_n > 0$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$

2) Montrer que $u_{n+1} < \frac{1}{7}u_n$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$

3) Montrer que la suite (u_n) *est décroissante et qu'elle est convergente.*

4) Montrer par récurrence que : $u_n < (\frac{1}{7})^n$ *pour tout n de* $\mathbb{N}^*$

Ex : 4 *On considère* (u_n) *définie par :* $U_0 = \frac{5}{2}$; $U_{n+1} = \frac{1}{3}(U_n + n^2)$ *on pose* $V_n = U_n - \frac{n^2-3n+3}{2}$

1°) a) Montrer que (V_n) *est géométrique*

b) Calculer V_n *puis* U_n *en fonction de n*

2°) On pose $S_n = \sum_{i=0}^{n} V_i$ *et* $T_n = \sum_{i=0}^{i=n} U_i$ *Calculer* S_n *et* T_n *en fonction de n N.B* $\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{2}$

Ex : 5 *On pose* $U_n = 2^n + \frac{1}{3}n + 2$ *Calculer* $S_n = \sum_{i=0}^{i=n} U_i$