TC sc — Devoir surveillé **1** — Durée 2h

Semestre1 — (31-10-2017) — Filali Jaouad

Il sera tenu compte de la rigueur et la présentation de la copie **Sujet A**

Exercice1 : (6pts)

1) On considère les nombres A=700 et B=3600

1 a) Décomposer A et B en produit de facteurs premiers .

1 b) Déterminer PGCD(A,B) et PPCM(A,B).

2) Soit k un entier naturel , on pose x=4k+7 et y=6k+8 .

1 a) Montrer que x est impair et y est pair.

0.5 b) Montrer x+y est un multiple de 5.

1 3) Soit n appartenant à $\mathbb{N}$, montrer que $2\times5^{n+1}+3\times5^{n}$ est divisibles par 13 .

0.5 4) a) p étant un entier naturel, véfier que $\dfrac{4p+20}{2p+1}=2+\dfrac{18}{2p+1}$

1 b) Déterminer les entiers naturels p tel que $\dfrac{4p+20}{2p+1}\in\mathbb{N}$

Exercice 2 : (5pts)

1) Déterminer parmi les nombres suivants ceux qui sont pairs ou impairs

1.5 $A=15^2+82^3$; $B=(21^3+11^2)^5$; $C=n^2+7n+13$ avec $n\in\mathbb{N}$ (sans calculatrice)

2) Soient x et y deux entiers naturels tel que $x>2y$

0.5 a) Vérifier que $x-2y\le x+2y$.

0.5 b) Montrer que $x-2y$ et $x+2y$ ont la même parité.

0,5 c) Déterminer les diviseurs de 12 .

1 d) Déterminer les entiers naturels x et y vérifiant $(x-2y)(x+2y)=12$.

3) p étant un entier naturel nom nul ,

1 Montrer que si p-1est multiple de 13 alors p^2-1 est aussi multiple de 13 .

Exercice 3 : (3pts)

On pose $a=\sqrt{17+12\sqrt{2}}$ et $b=\sqrt{17-12\sqrt{2}}$

0.5 1) Montrer que $a^2+b^2=34$

1 2) Montrer $ab=1$

1.5 3) Calculer $(a+b)^2$ et **en déduire** une valeur simplifiée $\sqrt{17+12\sqrt{2}}+\sqrt{17-12\sqrt{2}}$

Exercice 4 (6pts)

1 1) Calculer et simplifier $A=\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}-\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}-\sqrt{6}}$.

2) Factoriser les expressions suivantes

1+1 $E=x^3-3x^2-x+3$; $F=x^3+8+(x+2)(2x-13)$

3) Soient x et y deux nombres réels tel que $x+y=\sqrt{3}$ et $xy=\dfrac{1}{2}$ avec $x<y$

1 a) Développer $(x+y)^2$ et en déduire que $x^2+y^2=2$.

1 b) Calculer $(x-y)^2$ et en déduire la valeur de $a-b$.

1 c) Calculer a^3+b^3

$ *Bonus* : $\sqrt{2}-\sqrt{\dfrac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}}$ est un entier naturel (sans calculatrice)

Bonne chanc

TC sc *Devoir surveillé **1*** *Durée 2h*

Semestre1 *(31-10-2017)* *Filali Jaouad*

Il sera tenu compte de la rigueur et la présentation de la copie **Sujet B**

Exercice1 : (6pts)

1) On considère les nombres A=1800 et B=700

1 *a) Décomposer A et B en produit de facteurs premiers .*

1 *b) Déterminer PGCD(A,B) et PPCM(A,B).*

2) Soit k un entier naturel , on pose x=6k+4 et y=8k+3 .

1 *a) Montrer que x est impair et y est pair.*

0.5 *b) Montrer x+y est un multiple de 7.*

1 *3) Soit n appartenant à $\mathbb{N}$, montrer que $3\times5^{n+1}+2\times5^{n}$ est divisibles par 17 .*

0.5 *4) a) p étant un entier naturel, véfier que* $\frac{4p+22}{2p+1}=2+\frac{20}{2p+1}$

1 *b) Déterminer les entiers naturels p tel que* $\frac{4p+22}{2p+1}\in\mathbb{N}$

Exercice 2 : (5pts)

1) Déterminer parmi les nombres suivants ceux qui sont pairs ou impairs

1.5 $A=(23^3+13^2)^5$; $B=15^2+82^3$; $C=n^2+5n+12$ *avec* $n\in\mathbb{N}$ *(sans calculatrice)*

2) Soient x et y deux entiers naturels tel que $y>2x$

0.5 *a) Vérifier que* $y-2x\leq y+2x$.

0.5 *b) Montrer que* $y-2x$ *et* $y+2x$ *ont la même parité.*

0.5 *c) Déterminer les diviseurs de 12 .*

1 *d) Déterminer les entiers naturels x et y vérifiant* $(y-2x)(y+2x)=12$.

3) p étant un entier naturel nom nul

1 *Montrer que si p-1est multiple de 11 alors* p^2-1 *est aussi multiple de 11 .*

Exercice 3 : (3pts) *On pose* $x=\sqrt{17+12\sqrt{2}}$ *et* $y=\sqrt{17-12\sqrt{2}}$

0.5 *1) Montrer que* $x^2+y^2=34$

1 *2) Montrer x.y=1*

1.5 *3) Calculer* $(x+y)^2$ *et en déduire une valeur simplifiée* $\sqrt{17+12\sqrt{2}}+\sqrt{17-12\sqrt{2}}$

Exercice 4 (6pts)

1 *1) Calculer et simplifier* $A=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{6}+\sqrt{7}}-\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{6}-\sqrt{7}}$.

2) Factoriser les expressions suivantes

1+1 $E=x^3+8+(x+2)(2x-13)$; $F=x^3-2x^2-x+2$

3) Soient a et b deux nombres réels tel que $a+b=\sqrt{3}$ *et* $ab=\frac{1}{2}$ *avec* $a<b$

1 *a) Développer* $(a+b)^2$ *et en déduire que* $a^2+b^2=2$.

1 *b) Calculer* $(a-b)^2$ *et **en déduire** la valeur de* $a-b$.

1 *c) Calculer* a^3+b^3 .

$ *Bonus :* $\sqrt{2}-\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}}$ *est un entier nature (sans calculatrice)* *Bonne chance*