2020/2021 Contrôle N°4/1er SEx 2hs Groupe scolaire Fes city

Ex 1 : *Soit* (u_n) *une suite numérique définie par :* $u_0 = 2$, $u_{n+1} = \frac{3U_n+2}{U_n+2}$, $n \in \mathbb{N}$	
1°) *Montrer que* $(\forall n \in \mathbb{N})$ $2 \le u_n \le 3$	2pt
2°) *Etudier la monotonie de* (u_n)	2pt
3°) *On pose* $v_n = \frac{U_n-2}{u_n+1}$, $n \in \mathbb{N}$	
a) *Montrer que* (v_n) *est une suite géométrique déterminer sa raison et son premier terme.*	1pt
b) *Exprimer* v_n *puis* u_n *en fonction de n*	2pt
c) *Calculer la somme* $S_n = v_0 + v_1 + \cdots \ldots \ldots . + v_n$	1pt
d) *Vérifier que* $v_n = 1 - \frac{3}{u_n+1}$ *puis calculer* $T_n = \frac{3}{u_0+1} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{3}{u_n+1}$ *en fonction de n*	2pt
Ex 2 : *On considère la suite* (u_n) *déduire par* $u_0 = 3$ *et* $u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n+1}$	
1°) *Montrer que* $(\forall n \in IN)$ $U_n > 2$	1pts
2°) *Etudier la monotonie de la suite* (U_n) *et en déduire un encadrement de la suite* (U_n)	2pts
3°) *On pose* $(\forall n \in IN)$ $v_n = \frac{1}{u_n - 2}$	
a) *Montrer que la suite* (V_n) *est une suite arithmétique déterminé sa raison et son premier terme.*	2pts
b) *Calculer* V_n *puis* U_n *en fonction de n .puis calculer la somme* $S_n = \sum_{i=0}^{n} v_i$	2pts
Ex 3 : *On pose* $(\forall n \in IN^*)$ $U_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$	
1°) *Etudier la monotonie de la suite* $(U_n)_{n\ge1}$	1pt
2°) *Montrer que* $(\forall n \in IN^*)$ $0 \le U_n \le \frac{1}{2\sqrt{n}}$ *en déduire que* $(U_n)_{n\ge1}$ *est bornée*	2pt