

Dans tout ce qui le plan  $(P)$  est muni d'un repère orthonormé  $(0, \vec{i}, \vec{j})$

Exercice 1 : Soit  $A(1,1)$ ;  $B(-2,2)$  et  $(0,3)$

1°) Calculer  $AC$  et  $BC$  est  $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$

2°) Déduire la nature du triangle  $ABC$

3°) Calculer l'aire de  $ABC$

4°) Calculer  $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$  et  $\sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$  puis déduire une mesure de  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

5°) Donner une équation de la bissectrice de  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

Exercice 2 : En utilisant l'inégalité de Cauchy Schwarz

1°)  $\forall a, b \in \mathbb{R}_+^* ; (a+b) \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 4$

2°)  $\forall a, b \in \mathbb{R}_+^* / (a, b) \neq (0,0)$

$$(a-c)^2 + (b-d)^2 \geq \frac{(ad-bc)^2}{a^2+b^2}$$

Exercice 3 :

On constitué les points  $A(2,1)$ ;  $B(-1,1)$  et  $C(3,2)$

1°) Donner une équation de  $(D)$  médiatrice de  $[AB]$

2°) Donner une équation de  $(\Delta)$  hauteur de  $ABC$  en  $A$

3°) Calculer l'aire de  $ABC$

4°) Donner une équation cartésienne de  $(L)$  hauteur de  $ABC$  passant par  $C$

5°) Calculer les coordonnées de  $H$  orthocentre de  $ABC$

6°) Calculer les coordonnées de  $\Omega$  centre du cercle circonscrit à  $ABC$

Exercice 4 : Soit  $A(2,-3)$  et  $(D) : 2x - 3y + 1 = 0$

1°) Calculer  $d = d(A, (D))$

2°) Calculer les coordonnées de  $H$  le projeté orthogonal de  $A$  sur  $(D)$

3°) Déterminer les coordonnées de  $B$  symétrique de  $A$  par rapport à  $(D)$

Exercice 5: Soit

$$A\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right); B\left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right); C\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}; \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$$

1°) Vérifier que  $A$  et  $B$  sont deux points du cercle trigonométrique associé à  $(0, \vec{i}, \vec{j})$

2°) a- Vérifier que  $[O, C]$  est  $[A, B]$  ont même milieu

b- Calculer  $OA$ ,  $AC$  et  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AC}$

c- Déduire que  $DACB$  est un carré

3°) a- Vérifier que  $(\vec{i}, \overrightarrow{OA}) = (\vec{i}, \overrightarrow{OC}) = \frac{\pi}{6}$

b- Déterminer la mesure principale de  $(\overrightarrow{OC}, \vec{i})$

c- Déduire  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$  et  $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

Exercice 6 : Soit  $A(3,-1)$ ;  $B(-2,1)$ ;  $C(-3,2)$  déterminer analytiquement les ensembles

$$E_1 = \{M \in P / \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = 2\}$$

$$E_2 = \{M \in P / MA^2 - MB^2 = 2\}$$

$$E_3 = \{M \in P / \|\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{ME}\| = \|\overrightarrow{3MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\|\}$$

Exercice 7 : Déterminer l'équation du cercle  $(C)$  de centre  $\Omega(2,4)$  et dont  $(\Delta)$  est une tangente,  $(\Delta) : x + 2y - 6 = 0$   
Donner les coordonnées du point de contact.

Exercice 8 :  $(C) : x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$

1°) Donner l'équation cartésienne de la tangente à  $(C)$ , dirigée par  $\vec{U}(4, -3)$

2°) Déterminer le point de la tangente

Exercice 9 :  $(C) : x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$

1°) Vérifier que  $A(3,-2)$  est extérieur à  $(C)$

2°) Donner les équations des tangentes à  $(C)$  passant par  $A$  et les coordonnées des points de tangence....

Exercice 10 : Donner l'équation du cercle  $(C)$  passant par  $A(-2,4)$  et dont les droites  $x = -1$  et  $y = 1$  sont tangentes.

Exercice 11 : Résoudre graphiquement

$$(x^2 + y^2 - 2y)(3x + 2y - 1) < 0$$

Exercice 12 :  $(C_m)$  :

$$x^2 + y^2 - 2mx - 2(m-4)y + 4m - 4 = 0 / m \in \mathbb{R}$$

1°) Montrer que pour tout  $m \in \mathbb{R}$  :  $(C_m)$  est un cercle, donner son centre  $\Omega_m$  et son rayon  $R_m$

2°) Déterminer  $(D)$  l'ensemble des points  $\Omega_m$  lorsque  $m$  varie dans  $\mathbb{R}$

3°) Soit  $A(2,1)$  montrer qu'il existe deux tangentes à  $(C_m)$  passant par  $A$  et donner leurs équations

4°) a- Montrer que tous les cercles  $(C_m)$  passant par deux points  $B$  et  $C$  à déterminer

5°) Déterminer les cercles  $(C_m)$  tangents à  $(\Delta) : x + y - 1 = 0$

6°) Soit  $M_o(x_0, y_0)$  sur point fixé de  $(P)$  discuter suivant  $M_o$  et  $y_0$  le nombre des cercles  $(C_m)$  passant