# Produit Scalaire

Tronc commun

## Exercice 1

*Soit ABC un triangle tel que :* $AB=6$, $AC=5$ *et* $BC=7$.

① - *Calculer* $\cos B\hat{A}C$ *et* $\sin B\hat{A}C$.

② - *a - Calculer* $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

*b - Déduire que :* $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=30$.

③ - *Soit H le projeté orthogonal de A sur la droite* $(BC)$. *Calculer la distance BH.*

## Exercice 2

*Soit ABC un triangle tel que :* $AB=3$, $AC=\sqrt{2}$ *et* $BC=\sqrt{5}$.

① - *Calculer* $\cos B\hat{A}C$ *et* $\sin B\hat{A}C$.

② - *Calculer* $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

③ - *Soit H le projeté orthogonal de B sur la droite* $(AC)$.

*a - Calculer la distance BH.*

*b - Calculer la surface du triangle ABC.*

## Exercice 3

*Soit ABCD un parallélogramme de centre I, tel que :* $AC=10$, $BI=2\sqrt{3}$ *et* $A\hat{I}B=\frac{\pi}{6}$.

① - *a - Calculer* $\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IB}$.

*b - Déduire que :* $AB=\sqrt{7}$.

② - *Montrer que :* $BA^2+BC^2=74$ *et déduire que :* $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=20$.

③ - *Soit E un point tel que :* $\overrightarrow{AE}=\frac{5}{8}\overrightarrow{AD}$.

*a - Montrer que :* $\overrightarrow{IE}.\overrightarrow{AC}=\frac{1}{8}\left(AC^2-5\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right)$

*b - Déduire que :* $(IE)\perp(AC)$.

## Exercice 4

*Soit ABC un triangle équilatéral de côté a.*

① - *Calculer* $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ *en fonction de a.*

② - *Soient D et E deux points tel que :*

$\overrightarrow{AD}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

*a - Calculer* $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AE}$ *puis la distance* $DE$ *en fonction de a.*

*b - Montrer que :* $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AE}-AD^2$.

*c - justifier la nature de triangle ADE.*

③ - *Soit I le point d'intersection des droites* $(DE)$ *et* $(BC)$.

*a - Calculer* $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BI}$ *en fonction de la distance* $BI$ *et a.*

*b - Montrer que pour tout point M de la droite* $(DE)$ *on a :* $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BM}=\frac{1}{4}a^2$.

*c - Déduire que I milieu de* $[BC]$.

## Exercice 5

*Soit* $ABC$ *un triangle, tel que* $AB=6$ *et* $B\hat{A}C=\frac{\pi}{3}$ *et* $AC=4$.

① - *a - Calculer* $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

*b - Montrer que :* $BC=2\sqrt{7}$.

② - *Soit D un point tel que :* $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

*Montrer que :* $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC}=-18$

③ - *Soient H et K les projetés orthogonaux des points A et D sur* $(BC)$.

*a - Montrer que :* $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{HK}.\overrightarrow{BC}$.

*b - Déduire la distance HK.*

## Exercice 6

*Soit* $ABC$ *un triangle, tel que* $AB=1$ *et* $B\hat{A}C=\frac{2\pi}{3}$ *et* $AC=3$.

① - *a - Calculer* $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

*b - Montrer que :* $BC=\sqrt{13}$.

② - *Soit I milieu de* $[AB]$ *et D un point tel que :* $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

*a - Calculer* $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$.

*b - Déduire que :* $(AB)\perp(ID)$.