PRIMITIVES

2BAC (pc)

Exercice n°1.
Dérivée et primitives

1) Calculez la dérivée de la fonction f définie par $f(x)=3x^3-9x+1$.

2) Déduisez-en deux primitives de la fonction g définie par $g(x)=9x^2-9$

Exercice n°2 à 11 – Primitives sans fonction logarithme
Déterminer une primitive de f sur un intervalle contenu dans son ensemble de définition

Exercice n°2. **Usage des tableaux de primitives usuelles**

1) $f(x)=2x+1$ 2) $f(x)=10x^4+6x^3-1$ 3) $f(x)=(x-1)(x+3)$ 4) $f(x)=\dfrac{1}{x^2}-x^2$

5) $f(x)=\dfrac{-4}{3x^5}$ 6) $f(x)=x+\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ 7) $f(x)=\sin x-2\cos x$

Exercice n°3. **Primitive et constante**

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=3x-1+\dfrac{2}{x^2}$.

Déterminer la primitive F de f sur $]0;+\infty[$ qui s'annule pour x=1.

Exercice n°4. Trouver **la** primitive F de f sur I vérifiant la condition donnée

1) $f(x)=1-x+x^2-x^3$ I=$\mathbb{R}$ $F(1)=0$

2) $f(x)=x+\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ I=$]0;+\infty[$ $F(1)=1$

Exercices n°5 à n°8 : Déterminer une primitive des fonctions données

Exercice n°5. Forme $u'u^n$

1) $f(x)=3(3x+1)^4$	2) $f(x)=16(4x-1)^3$	3) $f(x)=(2x+7)^6$	4) $f(x)=(6x-2)(3x^2-2x+3)^5$
5) $f(x)=\dfrac{1}{x^2}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^4$	6) $f(x)=\sin x\cos x$		

Exercice n°6. **Forme** $\dfrac{u'}{u^2}$

1) $f(x)=\dfrac{4}{(1+4x)^2}$	2) $f(x)=\dfrac{6}{(2x+1)^2}$	3) $f(x)=\dfrac{1}{(4x+3)^2}$	4) $f(x)=\dfrac{-1}{(2-x)^2}$
5) $f(x)=\dfrac{2}{(4-3x)^2}$	6) $f(x)=\dfrac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}$	7) $f(x)=\dfrac{4x-10}{(x^2-5x+6)^2}$	8) $f(x)=\dfrac{\cos x}{\sin^2 x}$
9) $f(x)=\dfrac{\sin x}{\cos^2 x}$			

Exercice n°7.

Soit la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{3x+4}{(x+1)^3}$.

1) Déterminer les réels a et b tels que, pour tout $x\neq-1$, $f(x)=\dfrac{a}{(x+1)^2}+\dfrac{b}{(x+1)^3}$.

2) En déduire une primitive F de f sur $]-1;+\infty[$.

Exercice n°8. **Forme** $\dfrac{u'}{\sqrt{u}}$

1) $f(x)=\dfrac{3}{\sqrt{3x+2}}$ 2) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2-5x}}$ 3) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2x-3}}$

4) $f(x)=\dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}$ 5) $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ 6) $f(x)=\dfrac{\cos x}{\sqrt{2+\sin x}}$

Primitives utilisant la fonction logarithme et exponentielle

Exercice n°09. Déterminez une primitive de la fonction *f* proposée sur l'intervalle *I* donné :

1) $f(x)=x^2-5x+\dfrac{1}{x}$ sur I= $]0;+\infty[$ 2) $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x}$ sur I= $]0;+\infty[$

3) $f(x)=\dfrac{7}{x}+\dfrac{5}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{x^2}$ I= $]0;+\infty[$ 4) $f(x)=\dfrac{3}{3x-4}$ sur I= $\left]\dfrac{4}{3};+\infty\right[$

5) $f(x)=\dfrac{1}{x+1}$ sur I= $]-1;+\infty[$ 6) $f(x)=\dfrac{1}{x+1}$ sur I= $]-\infty;-1[$

7) $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-4}$ sur $]2;+\infty[$ 8) $f(x)=\dfrac{1}{3x-5}$ sur $[2;+\infty[$

9) $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2+2x+2}$ sur $\mathbb{R}$ 10) $f(x)=\dfrac{x}{x^2-1}$ sur $]-1;1[$

Exercice n°10.

On considère la fonction définie sur I= $[4;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{2x^2-3x-4}{x-2}$

1) Trouver trois réels *a*,*b*, et *c* tels que $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-2}$

2) En déduire une primitive de *f* sur $[4;+\infty[$

Exercice n°11.

Déterminez une primitive de la fonction *f* proposée sur l'intervalle *I* donné :

1) $f(x)=\dfrac{\cos x}{\sin x}$ sur I= $\left]0;\dfrac{\pi}{2}\right[$ 2) $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ sur I= $[1;+\infty[$

3) $f(x)=\dfrac{1}{x\ln x}$ sur $]1;+\infty[$ 4) $f(x)=\tan x$ sur $\left]\dfrac{\pi}{2};\pi\right]$

Exercice n°12.

Déterminez une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction *f* donnée :

1) $f(x)=\dfrac{1}{4}e^x$	2) $f(x)=e^{-x}$	3) $f(x)=e^{2x+3}$	4) $f(x)=xe^{x^2}$	5) $f(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}$

Exercice n°13

Soit *f* la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x+2\ )e^x$

Déterminez les nombres *a* et *b* tels que la fonction *F*, définie sur $\mathbb{R}$, par $F(x)\ =(ax+b)e^x$ soit une primitive de *f*.

Exercice n°14.

Soit *f* la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{3}{e^{-x}+1}$

1) Vérifiez que pour tout *x* de $\mathbb{R}$, on a $f(x)=\dfrac{3e^x}{e^x+1}$

2) Déduisez en la primitive *F* de *f* qui s'annule pour *x*=0