L'ÉTUDE DES FONCTIONS 2BAC PC

JAOUAD filali

Exercice 1:

Soit la fonction f définie par : $f(x)=1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

1) Etudier la fonction f. Montrer que la courbe ($\mathcal{C}$) de f admet un point d'inflexion dont on précisera.

2) Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C) de f au point $x_0 = 0$.

3) Montrer que l'équation $f(x)=x$ admet une solution $\alpha \in [1\,;\,2]$.

4) Montrer que f est une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on précisera.

5) Tracer la courbe ($\mathcal{C}$) de f dans un repère orthonormé.

6) Déterminer l'ensemble de définition et l'ensemble d'arrivée de la bijection réciproque f^{-1} de f. Définir f^{-1} en exprimant $f^{-1}(x)$.

7) Tracer la courbe ($\mathcal{C}$') de f^{-1} dans le même repère.

Exercice 2: :

Soit la fonction f définie sur [-1,1] par $f(x)=x+\sqrt{1-x^2}$.

1) Montrer que si $x \in]-1\,;\,0]$ alors $f'(x)>0$.
2) Montrer que pour x $x \in [0\,,1[$ $f'(x)=\frac{1-2x^2}{(\sqrt{1-x^2})(\sqrt{1-x^2}+x)}$.
3) En déduire le signe de $f'(x)$ sur [0 ; 1], puis donner le tableau de variation de f sur [-1,1].
4) Donner l'équation de la tangente (Δ) à ($\mathcal{C}_f$) au point x = 0.
5) Étudier la position de ($\mathcal{C}_f$) par rapport à (Δ).
6) Tracer ($\mathcal{C}_f$) et (Δ) dans le plan muni d'un repère orthonormé.

Exercice 3:

1) Soit f la fonction définie sur $[-1\,;\,3[$ par : $f\,(x)\ =\sqrt{\frac{4(x+1)}{3-x}}$

représentée par Cf dans un repère du plan.

a) Montrer que la tangente T à Cf au point d'abscisse 1 a pour équation : $x-y+1=0$

b) Dresser le tableau de variation de f .

c) Étudier la position de Cf par rapport à T .

2) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $g(x)\ =\frac{1}{4}x^2(3-\ x)^3$

représentée par Cg dans un repère du plan.

a) Montrer que, pour tout $x\ \in\ \mathbb{R}^*$: $g'(x)=\frac{1}{4}x(6-5x)(3-\ x)^2$.

b) Déterminer les points de Cg où ses tangentes sont horizontales.

c) Dresser le tableau de variation de f .