FILALI JAOUAD Exercices sur les vecteurs TC

EXERCICE 1 :

1) Simplifier les écritures suivantes en utilisant la relation de Chasles.

a) $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$

b) $\vec{v} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}$

c) $\vec{w} = \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{AB}$

2) Démontrer que pour tous points A, A, B et C : $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$

3) $ABCD$ est un parallélogramme et M un point quelconque. Démontrer que :

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD} = \vec{0}$$

EXERCICE 2 :

Multiplication par un scalaire

ABC est un triangle.

1) Placer le point D et E tels que : $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

2) Trouver le nombre k tel que : $\overrightarrow{DE} = k\overrightarrow{AB}$

EXERCICE 3 :

ABC est un triangle.

1) Construire le point D tel que : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

Prouver que $[AD]$ et $[BC]$ ont même milieu.

2) Construire le point E tel que : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC}$

Prouver que C est le milieu de $[ED]$.

3) Les droites (AD) et (BE) se coupent en I. Que représente I pour le triangle ABC ?

Prouver que : $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BE}$.

EXERCICE 4 :

A et B sont deux points tels que $AB = 6$ cm. Placer les points M et N définis par les relations suivantes : $2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$ et $2\overrightarrow{NA} - 5\overrightarrow{NB} = \vec{0}$

EXERCICE 5 :

ABC est un triangle, E un point tel que : $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, I un point tel que $\overrightarrow{CI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$ et F un point tel que : $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

1) Faire une figure. On prendra $AB = 5$ cm, $BC = 6$ cm et $AC = 7,5$ cm.

2) Montrer que : $\overrightarrow{IE} = \overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{IF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$.

3) En déduire que les points I, E et F sont alignés.

EXERCICE 8 :

(AB) est une droite. Les points M et N sont tels que : $3\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{0}$ et $-2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{0}$

1) Exprimer $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$. Placer M.
2) Exprimer $\overrightarrow{AN}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$. Placer N.
3) I est le milieu de $[AB]$.
   Exprimer $\overrightarrow{IM}$ et $\overrightarrow{IN}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$.
   Déduire que I est aussi le mileu de $[MN]$.

EXERCICE 9 :

ABCD est un rectangle.

a) Faire une figure et placer les points I, J, K et L tels que :

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}, \quad \overrightarrow{CK} = \frac{1}{5}\overrightarrow{CD}, \quad \overrightarrow{DL} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$$

b) Déterminer la nature du quadrilatère IJKL.

c) Démontrer que le centre du rectangle est aussi le milieu du segment [IK].

EXERCICE 10 :

Soit ABC un triangle .

On note M et N les points définis par

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \quad et \quad \overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \quad .$$

On construit aussi le point P tel que ACBP soit un parallélogramme .

a / Exprimer $\overrightarrow{CP}$ *en fonction de* $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AC}$.

b/ Exprimer $\overrightarrow{MN}$ *en fonction de* $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AC}$.

c/ En déduire que les droites (MN) et (CP) .sont parallèles .

EXERCICE 11 :

Soit ABC un triangle .

On considère les points M , N , P définis par

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \quad , \quad \overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \quad , \quad \overrightarrow{BP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$$

a/ Exprimer $\overrightarrow{MN}$ *en fonction de* $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AC}$.

b/ Exprimer $\overrightarrow{MP}$ *en fonction* **de** $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AC}$

c/ En déduire que les points M , N , P sont alignés .

fdali jaouad