Exercice 1

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{U_n}{U_n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1) a) Calculer U_1 , U_2 et U_3

b) La suite (U_n) est-elle arithmétique ? Justifier la réponse

2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{1}{U_n}$

a) Calculer V_0 , V_1 et V_2 puis montrer que (V_n) est arithmétique

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

3) Calculer $S = \frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} + \cdots + \frac{1}{U_n}$

Exercice 2

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = \frac{1}{2}\sqrt{{U_n}^2 + 12}$ pour tout $n \in IN$

1) a) Calculer U_1 et U_2

b) En déduire que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) On suppose que por tout $n \in \mathbb{N}$ on a $U_n > 0$ Soit la suite réelle (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = {U_n}^2 - 4$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{4}$

b) Exprimer V_n en fonction de n , en déduire l'expression de U_n en fonction de n

3) Calculer $S = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$, En déduire $S' = {U_0}^2 + {U_1}^2 + {U_2}^2 + \cdots + {U_n}^2$

Exercice 3

Soit la suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = -1$ et $U_{n+1} = \frac{4U_n+3}{U_n+6}$ pour tout $n \in IN$

1) a) Calculer U_1 et U_2

b) En déduire que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{U_n-1}{U_n+3}$

a) Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique.

b) Calculer V_n puis U_n en fonction de n

3) Calculer $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$

Exercice 4

Soient les suites (U_n) et (V_n) définies sur IN par : $U_n = \frac{5^n}{3}$ **et** $V_n = \frac{2^{3n+1}}{5}$

.1) Montrer que (U_n) et (V_n) sont deux suites géométriques , et préciser la raison et le premier terme de chacune de ces suites .

2) Pour tout entier naturel n , on pose : $S_n = \frac{1}{3} + \frac{5}{3} + \frac{25}{3} + \cdots + \frac{5^n}{3}$

a) Exprimer S_n en fonction de n .

b) Déterminer n pour que $3S_n = 19531$

3) Pour tout entier naturel n, on pose : $W_n = 8^n U_n - 5^n V_n$

Montrer (W_n) que est une suite géométrique dont on précisera la raison

www.filalimaths.com