

Ex 1:

Soit  $(u_n)$  une suite numérique définie par :  $u_0 = 3$  ,  $u_{n+1} = \frac{8U_n - 8}{U_n + 2}$  ,  $n \in \mathbb{N}$

1°) Montrer que  $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 2 < u_n < 4$

2°) Etudier la monotonie de  $(u_n)$

3°) On pose  $v_n = \frac{U_n - 4}{U_n + 2}$  ,  $n \in \mathbb{N}$

a) Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique déterminer sa raison et son premier terme.

b) Exprimer  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$  puis calculer  $\lim_{x \rightarrow \infty} u_n$

c) Calculer la somme  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  puis  $T_n = \sum_{i=0}^n \frac{2}{2 - u_i}$

Ex 2 :

On considère la suite  $(u_n)$  déduire par  $u_0 = 3$  et  $u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n + 1}$

1°) Montrer que  $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n > 2$

2°) Etudier la monotonie de la suite  $(U_n)$  et en déduire un encadrement de la suite  $(U_n)$

3°) On pose  $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad V_n = \frac{1}{U_n - 2}$

a) Montrer que la suite  $(V_n)$  est arithmétique déterminer sa raison et son premier terme.

b) Calculer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$  puis calculer  $\lim_{x \rightarrow \infty} u_n$

c) Calculer la somme  $S_n = \sum_{i=0}^n V_i$