

Ex 1 :

Soit (u_n) une suite numérique définie par : $u_0 = 3$, $u_{n+1} = \frac{8u_n - 8}{u_n + 2}$, $n \in \mathbb{N}$

1°) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 2 < u_n < 4$

2°) Etudier la monotonie de (u_n)

3°) On pose $v_n = \frac{u_n - 4}{u_n - 2}$, $n \in \mathbb{N}$

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique déterminer sa raison et son premier terme.

b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n puis calculer $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$

c) Calculer la somme $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ puis $T_n = \sum_{i=0}^n \frac{2}{2 - u_i}$

Ex 2 :

On considère la suite (u_n) déduire par $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n + 1}$

1°) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n > 2$

2°) Etudier la monotonie de la suite (u_n) et en déduire un encadrement de la suite (u_n)

3°) On pose $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad v_n = \frac{1}{u_n - 2}$

a) Montrer que la suite (v_n) est arithmétique déterminé sa raison et son premier terme.

b) Calculer v_n puis u_n en fonction de n . puis calculer $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$

c) Calculer la somme $S_n = \sum_{i=0}^n v_i$