Serie 5 Ex TC SC Biof Ordre dans $\mathbb{R}$ 2020-2021

I) Comparer les nombres a et b dans chacun des cas

1- $b=\sqrt{99-70\sqrt{2}}$; $a=7-5\sqrt{2}$

2- $b=\sqrt{5+\sqrt{6}}$; $a=\sqrt{11}$

3- $a=b+1,5-\sqrt{2}$

4- $a-b=(2-\sqrt{5})(1-\sqrt{2})$

5- $b=\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$; $a=\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

6- $b=(2-\sqrt{3})^2$ $a=2-\sqrt{3}$

7- $b=\sqrt{5+\sqrt{3}}-\sqrt{5}$; $a=\sqrt{7+\sqrt{3}}-\sqrt{7}$

II) a et b étant deux nombres réels tels que

$-3\le a\le 2$ *et* $-7\le b\le 1$

Trouver un encadrement des nombres suivants

$A=a+2b$; $B=-a-b$

$C=5a+3b$; $D=-5a+6b-8$

III) x et y sont deux nombres réels tels que

$7\le x\le 13$ *et* $-4\le y\le -2$

Encadrer x^2 ; y^2 ; xy ; x^2+y^2-xy ; $\dfrac{x+y}{x-2y}$;

IV) Soit x appartenant à $\mathbb{R}$

1) *Comparer A et B*

$A=\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}$; $B=\sqrt{x+1}+\sqrt{x}$

2) *Comparer C et D*

$C=\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}$; $D=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$

V) Soient x et y appartenant à $\mathbb{R}$ *tels que*

$y<0$; $x>0$ *et* $A=\dfrac{9x-4y}{3x-2y}$

Montrer que $A\in\,]2,3[$

VI) En utilisant la droite numérique graduée

Déterminer dans chacun des cas $I\cap J$ *et* $I\cup J$

1) $I=[-3,3]$ $J=[-2,5]$

2) $I=]-7,3]$ $J=[-1,7[$

3) $I=]-\infty,3]$ $J=[-2,+\infty[$

4) $I=]-\infty,-3]$ $J=[2,+\infty[$

5) $I=]-3,5]$ $J=[5,+\infty[$

6) $I=]-3,5]$ $J=]5,+\infty[$

Serie 5 Ex TC SC Biof Ordre dans $\mathbb{R}$ 2020-2021

I) Comparer les nombres a et b dans chacun des cas

1- $b=\sqrt{99-70\sqrt{2}}$; $a=7-5\sqrt{2}$

2- $b=\sqrt{5+\sqrt{6}}$; $a=\sqrt{11}$

3- $a=b+1,5-\sqrt{2}$

4- $a-b=(2-\sqrt{5})(1-\sqrt{2})$

5- $b=\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$; $a=\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

6- $b=(2-\sqrt{3})^2$ $a=2-\sqrt{3}$

7- $b=\sqrt{5+\sqrt{3}}-\sqrt{5}$; $a=\sqrt{7+\sqrt{3}}-\sqrt{7}$

II) a et b étant deux nombres réels tels que

$-3\le a\le 2$ *et* $-7\le b\le 1$

Trouver un encadrement des nombres suivants

$A=a+2b$; $B=-a-b$

$C=5a+3b$; $D=-5a+6b-8$

III) x et y sont deux nombres réels tels que

$7\le x\le 13$ *et* $-4\le y\le -2$

Encadrer x^2 ; y^2 ; xy ; x^2+y^2-xy ; $\dfrac{x+y}{x-2y}$;

IV) Soit x appartenant à $\mathbb{R}$

1) *Comparer A et B*

$A=\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}$; $B=\sqrt{x+1}+\sqrt{x}$

2) *Comparer C et D*

$C=\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}$; $D=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$

V) Soient x et y appartenant à $\mathbb{R}$ *tels que*

$y<0$; $x>0$ *et* $A=\dfrac{9x-4y}{3x-2y}$

Montrer que $A\in\,]2,3[$

VI) En utilisant la droite numérique graduée

Déterminer dans chacun des cas $I\cap J$ *et* $I\cup J$

1) $I=[-3,3]$ $J=[-2,5]$

2) $I=]-7,3]$ $J=[-1,7[$

3) $I=]-\infty,3]$ $J=[-2,+\infty[$

4) $I=]-\infty,-3]$ $J=[2,+\infty[$

5) $I=]-3,5]$ $J=[5,+\infty[$

6) $I=]-3,5]$ $J=]5,+\infty[$

Serie 5 Exercices TC SC Biof Ordre dans $\mathbb{R}$ 2020-2021

I) x et y deux réels tels que $0 \le x \le \frac{3}{2}$ et $-1 \le y \le \frac{1}{3}$

Encadrer x^2 ; y^2 ; xy ; $x^2 + y^2 - xy$

II) Soit a appartenant à $\mathbb{R}_+^*$

1) Montrer que si $a \ge 1$ alors $\frac{1}{a} \le \sqrt{a} \le a \le a^2$

2) Montrer que si $a \le 1$ alors $a^2 \le a \le \sqrt{a} \le \frac{1}{a}$

III) Soit x de l'intervalle $[2,5]$, On pose $A = \frac{1-2x}{x-1}$

1) Déterminer un encadrement de A et son amplitude

2) a) Vérifier que $A = \frac{1}{1-x} - 2$

b) En déduire un autre encadrement de A d'amplitude $\frac{3}{4}$

IV) a et b deux nombres réels tels que

$0 < b < a$; $7 < a^2 + b^2 < 12$; $1 < a.b < 2$

1) Mmontrer que $\sqrt{3} < a - b < \sqrt{10}$; $3 < a + b < 4$

2) En déduire que $\frac{3+\sqrt{3}}{2} < a < 2 + \frac{\sqrt{10}}{2}$

et $\frac{3-\sqrt{10}}{2} < b < \frac{4-\sqrt{3}}{2}$

V) Soit a un nombre réel tel que $|4a+5| \le 1$

1) Montrer $-\frac{3}{2} \le a \le -1$ et encadrer $(2a+1)^2$

2) Développer $(2a+1)^2(1-a)$

3) Montrer que $2 \le -4a^3 + 3a + 1 \le 10$

VI) Soient a et b deux rnombres réels tels que

$|a-5| < 2$ et $2 \le b \le 4$ et on pose $E = \frac{3a}{2a-b}$

1) Montrer que $3 < a < 7$ et $\frac{3}{4} < E < \frac{21}{2}$

2) a) Montrer que $\frac{21}{14-b} < E$ et $E < \frac{9}{6-b}$

b) En déduire alors un autre encadrement de E

VII) Soit x de $\left[-1, \frac{1}{2}\right]$, on pose $B = 2x^2 - 4x + 5$

1) Donner un encadrement de B

2) a) Vérifier que $B = 2(x-1)^2 + 3$

b) En déduire un autre encadrement de B

3) Comparer les deux encadrements .

VI) Soit x un nombre réel tel que $|x-1| < \frac{1}{2}$

1) Montrer que $|x^2 - 1| < \frac{5}{4}$

2) Montrer que $\frac{1}{4} < \frac{1}{2x+1} < \frac{1}{2}$

3) En déduire que $\left|\frac{x-1}{2x+1}\right| < \frac{1}{4}$

IX) Soit a un nombre réel tel que a est une valeur approchée de $\frac{2}{3}$ à 2.10^{-1} près par excès .

1) Montrer que $\frac{2}{3} < a < \frac{13}{15}$

2) Déterminer un encadrement de $\frac{a}{a-1}$

et en déduire que $\left|\frac{a}{a-1}\right| < \frac{13}{2}$

3) Soit b un réel tel que $\left|\frac{3b+1}{3a}\right| < \frac{1}{13}$

a) Montrer que $-\frac{2}{5} \le b \le -\frac{4}{15}$

b) Déterminer un encadrement de $\frac{a}{b}$

X) Soit $x \in [1, +\infty[$ et $A = \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$

1) Montrer que $A - 1 = \frac{1}{x(A+1)}$

2) a) Montrer qque $1 < A < 2$

b) En déduire que $1 + \frac{1}{3x} \le A \le 1 + \frac{1}{2x}$

3) Déterminer une valeur approchée du nombre $\sqrt{1,2}$ à $\frac{1}{30}$ près par excès .

XI) Soit x un nombre réel tel que $\frac{5}{2} \le x \le \frac{7}{2}$

1) Montrer que $x^2 - 5x = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$

2)En déduire que $-\frac{25}{4} \le x^2 - 5x \le -\frac{21}{4}$

3) Montrer que $\frac{1}{3} \le \frac{4}{4x^2 - 20x + 33} \le \frac{1}{2}$

4) Montrer que $\left|\frac{4}{4x^2 - 20x + 33} - \frac{5}{12}\right| \le \frac{1}{12}$