Filali jaouad

Serie2 *Exercices* ***Les ensembles*** $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ *et* $\mathbb{R}$ ***TC biof***

Exercice 1

1- Calculer $A=-\frac{2}{3}+\frac{7}{6}-\frac{1}{4}-2$ et $B=\frac{5+\frac{1}{3}}{2-\frac{3}{2}}$

$a)$ *soient a et b et c des nombres reels simplifier* $-2(a+b-c)-3(a-b+c)+4(5a-b)$

$b)$ *monter que* $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)=(b-a)(a-c)(c-b)$

$c)$ *a et b et c des nombres reels differents deux à deux montrer que* $\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-c)(b-a)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}=0$

Exercice 2

$a)$ *calculer* $(\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{5})(\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{5})$ *et* $\sqrt{5^3\times3^3}+\sqrt{75}-11\sqrt{3}+2\sqrt{243}$ *et* $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

b) calculer $(1+\sqrt{5})^2$ et $(2-\sqrt{5})^2$ puis simplifier $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$ et $\sqrt{6+2\sqrt{5}}$

c) simplifier $\sqrt{21-6\sqrt{6}}$ et $\sqrt{7+2\sqrt{10}}$ puis $\sqrt{\sqrt{3+2\sqrt{2}}+\sqrt{6+4\sqrt{2}}}$

d) montrer que $\sqrt{7+\sqrt{48}}+\sqrt{7-\sqrt{48}}=4$

e) rendre le dénominateur un nombre rationnel des nombres suivants $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ et $\frac{2-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$

Exercice 3

Simplifier le maximum possible

$X=3^3\times15^{-5}\times21^2\times(5^4)^{-1}$ *et* $Y=\sqrt{27}^3\times\sqrt{3}^{-4}\times\sqrt{2}^3\times(\frac{1}{\sqrt{3}})^4$ *et* $Z=\frac{450\ 000\times(0,000\ 002)^2}{0,000\ 3}$

Exercice 4

a) Développer et simplifier l'expression suivante $(x+2)(x-2)-x^2$

b) Sans utilisation de la calculatrice calculer $564111232\times564111228-564111230^2$

Exercice 5

Calculer et simplifier

$A=\frac{\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{8}}}$ *et* $B=3(1+\frac{1}{3}-\frac{3}{2})+(2-\frac{1}{3})(2-\frac{3}{2})$ *et* $C=\frac{6^2.15^3.3^{-4}.40}{2^3.50^2.3^1}$ *et* $D=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}-\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

Exercice 6

factoriser $x^3+125-5x(x+5)$; $27x^3-8$; $(2x-1)^2-(3x+2)^2$; $(x+2)^2+x^2-4$

$D=8a^3-1$; $E=(3a-1)^2-(4a+2)^2$; $F=(3a-1)^3-27$

Exercice 7 on pose a+b=1 et a²+b²=2 calculer a^4+b^4 *et* a^6+b^6

Exercice 8 on pose $x=a+\frac{1}{a}$ *avec* $a\in\mathbb{R}^*$ calculer $a^2+\frac{1}{a^2}$ *et* $a^3+\frac{1}{a^3}$ *en fonction de x*

Exercice 9

1- a et b et c et d et m et n sont des nombres reels avec $mc + nd \neq 0$ montrer que si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{ma+nb}{mc+nd}$

2- Déterminer x et y sachant que $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ et $2x - 3y = 2$

Exercice 10

On considère les nombres suivants $a = \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$; $b = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$

1) *Calculer* $a^2 + b^2$ *et* ab
2) *En déduire la valeur de* $a + b$

Exercice 11

On pose $A = \frac{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

1) *Montrer que* $A = \frac{3+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$
2) *Calculer* $\frac{(A-1)^2}{A}$ *et en déduier que* $\frac{(A-1)^4}{A^2} \in \mathbb{N}$

Exercice 12

Soient x et y deux nombres réels avec x≠y et $2(x^2 + y^2) = 5xy$ calculer $\frac{x+y}{x-y}$

Exercice 13

Soit x *et* y *deux nombres réels tels que* $y \leq x$ *et* $A = \sqrt{x - \sqrt{x^2 - y^2}} - \sqrt{x + \sqrt{x^2 - y^2}}$

1) *Montrer que* $A^2 = 2(x - y)$
2) *En déduire une écriture simplifiée de* A
3) *Simplifier* $B = \sqrt{5 - \sqrt{21}} - \sqrt{5 + \sqrt{21}}$

Exercice 14

Determiner x, y et z de $\mathbb{R}^+$ **sachant que** $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} + \sqrt{z-2} = \frac{1}{2}(x + y + z)$

Exercice 15

on pose $A = \sqrt{\sqrt{2}+1} + \sqrt{\sqrt{2}-1}$ *et* $B = \sqrt{\sqrt{2}+1} - \sqrt{\sqrt{2}-1}$

1 − *montrer que* $AB = 2$

2 − *calculer* $A^2 + B^2$

3 − *calculer* $\frac{A}{B} + \frac{B}{A}$

Exercice 16

Soit a *un nombre réel strictement positif tel que* $(a + \frac{1}{a})^2 = 8$ *, Calculer* $a^3 + \frac{1}{a^3}$