Généralités sur les fonctions

Tronc commun

Exercice 1

Déterminer D_f *l'ensemble de définition des fonctions suivantes :*

① - $f(x)=\dfrac{3x+1}{2x-4}$; ② - $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{|x|-1}$.

③ - $f(x)=\dfrac{x+1}{3x^2-5x+7}$; ④ - $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$.

⑤ - $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x(x+1)(x-3)}$.

⑥ - $f(x)=\sqrt{2x+8}$; ⑦ - $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+4}}{2x^2-3x+1}$

⑧ - $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-x}}{(x-2)(x+3)}$.

⑨ - $f(x)=\dfrac{\sqrt{4-2x}}{\sqrt{x^2-9}}$.

Exercice 2

Dire dans les cas suivants si les fonctions f et g sont égales ou non:

①- $f(x)=\sqrt{x^2+4x+4}$ *et* $g(x)=|x+2|$.

②- $f(x)=\sqrt{x}\sqrt{x-3}$ *et* $g(x)=\sqrt{x(x-3)}$.

③- $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+2}{x-2}}$ *et* $g(x)=\dfrac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}}$.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ *par :*
$f(x)=2x^2+4x$.

① - *Soient a et b deux nombres différents de* $\mathbb{R}$.

a - *Montrer que :* $T(a,b)=2(a+b+2)$.

b - *Etudier les variations de f sur les intervalles* $[-1,+\infty[$ *et* $]-\infty,-1]$.

c - *Dresser le tableau de variation de f.*

② - a - *Vérifier que :* $f(x)=2(x-1)^2-2$.

③ - *Tracer* $(\mathscr{C}_f)$ *dans un repère orthonormé* $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ *par :*
$f(x)=-x^2+2x+3$

① - *Calculer les images des nombres suivants 0; 1; -1; 2 par f.*

②-*Déterminer les antécédents de 0; 3; 5; -5 par f.*

③ - *Vérifier que pour tout* x *de* $\mathbb{R}$ *on a :*
$f(x)=-(x-1)^2+4$.

④ - *Etudier les variations de f sur les intervalles* $]-\infty;1]$ *et* $[1;+\infty[$.

⑤ - *Dresser le tableau de variation de f .*

⑥ - *Tracer* $(\mathscr{C}_f)$ *dans un repère orthonormé* $(O,\vec{i},\vec{j})$.

⑦ - *On considère la fonction g définie par :*
$g(x)=-x^2+2|x|+3$.

a - *Etudier la parité de g.*

b - *Monter que pour tout* x *de* $\mathbb{R}^+$ *on a :*
$g(x)=f(x)$.

c - *Tracer* $(\mathscr{C}_g)$ *le repère* $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Exercice 5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ *par :*
$f(x)=x^2+2x-3$.

① - *Vérifier que pour tout* x *de* $\mathbb{R}$ *on a :*
$f(x)=(x+1)^2-4$.

② - *Etudier les variations de f sur les intervalles* $]-\infty;-1]$ *et* $[-1;+\infty[$.

③ - *Dresser le tableau de variation de f .*

④ - *Déterminer les points d'intersection de* $(\mathscr{C}_f)$ *avec les axes des coordonnées.*

⑤ - *Tracer* $(\mathscr{C}_f)$ *dans un repère orthonormé* $(O,\vec{i},\vec{j})$.

⑥ - *Résoudre graphiquement l'inéquation* $f(x) \geq 0$.

⑦ - *On considère la fonction g définie par :* $g(x) = |x^2 + 2x - 3|$.

Tracer $(\mathscr{C}_g)$ *le repère* $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

⑧ - *Déterminer graphiquement selon les valeurs de paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation:* $g(x) = m$.

Exercice 6

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ *par :*
$f(x) = \dfrac{2x+1}{x+1}$

① - *a - Déterminer* D_f .

b - Calculer les images des nombres suivants: 0; 1; -2; 2 par f.

c - Déterminer les antécédents de 1; -1 5; 0 par f.

② - *Vérifier que pour tout* x *de* D_f *on a :*
$f(x) = 2 - \dfrac{1}{x+1}$.

③ - *Etudier les variations de f sur les intervalles* $]-\infty; -1[$ *et* $]-1; +\infty[$.

④ - *Dresser le tableau de variation de f .*

⑤ - *Tracer* $(\mathscr{C}_f)$ *dans un repère orthonormé* $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

⑥ - *Résoudre graphiquement l'inéquation* $f(x) \geq 0$.

⑦ - *On considère la fonction g définie par :*
$g(x) = \left|\dfrac{2x+1}{x+1}\right|$.

a - Déterminer D_g *l.*

b - Tracer $(\mathscr{C}_g)$ *le repère* $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

⑧ - *Déterminer graphiquement selon les valeurs de paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation:* $g(x) = m$.

Exercice 7

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ *par :*
$f(x) = \dfrac{3x-2}{2x-2}$

① - *Déterminer* D_f *l'ensemble de définition de f .*

② - *Vérifier que pour tout* x *de* D_f *on a :*
$f(x) = \dfrac{3}{2} + \dfrac{1}{2(x-1)}$.

③ - *Etudier les variations de f sur les intervalles* $]-\infty; 1[$ *et* $]1; +\infty[$.

④ - *Dresser le tableau de variation de f .*

⑤ - *Déterminer les points d'intersection de* $(\mathscr{C}_f)$ *avec les axes des coordonnées.*

⑥ - *Tracer* $(\mathscr{C}_f)$ *dans un repère orthonormé* $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

⑦ - *On considère la fonction g définie par :*
$g(x) = \dfrac{3|x|-2}{2|x|-2}$.

a - Déterminer D_g *l'ensemble de définition de g .*

b - Etudier la parité de g.

c - Montrer que pour tout x *de* $\mathbb{R}^+ - \{1\}$ *on a :* $g(x) = f(x)$.

d - Tracer $(\mathscr{C}_g)$ *le repère* $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Exercice 8

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ *par :*
$f(x) = \dfrac{1}{4}x^2 + 2x$.

① - *Vérifier que pour tout* x *de* $\mathbb{R}$ *on a :*
$f(x) = \dfrac{1}{4}(x+4)^2 - 4$.

② - *Etudier les variations de f sur les intervalles* $[-4, +\infty[$ *et* $]-\infty, -4]$.

③ - *Tracer* $(\mathscr{C}_f)$ *dans un repère orthonormé* $(O, \vec{i}, \vec{j})$.