

Exercices sur la dérivabilité fiche 1/2



JAOUAD filali

Exercice 1 :

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$:

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x-1} & 0 \leq x < 1 \\ f(x) = \frac{x^2-1}{4} & x \geq 1 \end{cases}$$

1/ Etudier la continuité de f en $x_0 = 1$

2/ Etudier la dérivabilité de f en $x_0 = 1$ et étudier la dérivabilité à droite de 0

3/ Donner une interprétation géométrique aux résultats obtenus

Exercice 2 :

On considère la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = x\sqrt{x-2} & \text{si } x \geq 2 \\ f(x) = \sqrt[3]{2-x} & \text{si } x < 2 \end{cases}$$

1- Montrer que f est dérivable au point $x_0 = 0$ et $x_1 = 2$.

2- Donner une interprétation géométrique aux résultats obtenus.

Exercice 3 :

Soit la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = x - 2\sqrt{x} & \text{si } x \geq 0 \\ f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-1}} & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

1- Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2- Montrer que f est continue en 0.

3- Etudier la dérivabilité de f à droite et à gauche de 0, puis donner une interprétation géométrique du résultat obtenu.

Exercice 4 :

Donner les fonctions dérivées des fonctions suivantes en précisant le domaine de

définition de f et de f'

$$\bullet f(x) = x^5 + \frac{1}{2}x^4 - 2x^3 + 5x - 4$$

$$\bullet f(x) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$$

$$\bullet f(x) = (2x+1)\sqrt{x}$$

$$\bullet f(x) = \sin^4 x - \cos^2 x$$

$$\bullet f(x) = \frac{x^2+x+1}{x+3}$$

$$\bullet f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\bullet f(x) = (4-3x)^3$$

$$\bullet f(x) = x + \sqrt{x^2-1}$$

$$\bullet f(x) = \frac{4}{(x^2-1)^3}$$

$$\bullet f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x + 2}$$

$$\bullet f(x) = \sqrt{2x^2-3x+1}$$

$$\bullet f(x) = \frac{x^2+x+1}{\sqrt[3]{x^3 - 3x + 2}}$$

