FILALI JAOUAD

LES POLYNOMES TC

Exercice 01:

Déterminer un polynôme $P(x)$ de second degré tel que : $P(1)=3$; $P(-1)=-1$ *et* $P(2)=14$

Exercice 2 :

Soit le polynôme $P(x)$ *défini par :*

$P(x)=x^{3}+(3a-1)x^2+ax-2(a\in IR$

1) Déterminer le réel a tel que $P(1)=0$

2) Calculer dans ce cas $P(-1)$ *et* $P(0)$.

Exercice 3:

Soit $P(x)=ax^2+3x+5$

Et $Q(x)=(a+b)x^2+(a-b+c)x+a+2c$

Déterminer les réels a,b et c pour que $P \; x \; = Q \; x$

Exercice 4:

On pose $P(x)=x^3+3x^2-x-3$

1. Montrer que $P(1)=0$
2. Déterminer les réel $a;b\,et\,c$ tels que: $P(x)=(x-1)(ax^2+bx+c)$

Exercice 5:

Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de $P(x)$ par $(x-a)$ dans chaque cas:

$P(x)=x^3+2x^2-x+1$ *par* $x+1$

$P(x)=4x^3-3x^2+2x+5$ *par* $x-2$

$P(x)=x^4-8x^2+6$ *par* $x-3$

Exercice 6:

On considère le polynôme définie par : $P(x)=2x^3-7x^2+7x-2$

1. Calculer $P(1)$; $P(-2)$ *et* $P(2)$
2. Effectuer la division euclidienne de $P(x)$ par $(x-2)$
3. Montrer que si α est une racine non nulle de P alors , il en est de même pour $\frac{1}{\alpha}$
4. Déduire les trois racines de P

Exercice 8:

On considère le polynôme défini par: $P(x)=x^3-x^2-3x-1$

1. Vérifier que -1 est une racine du polynôme P
2. Déterminer le polynôme Q tel que $P(x)=(x+1)Q(x)$
3. Calculer $P\left(1+\sqrt{2}\right)$ *et* $Q\left(1+\sqrt{2}\right)$
4. Déterminer le réel b tel que : $Q(x)=\left(x-1-\sqrt{2}\right)(x+b)$
5. Montrer que pour tout x de $\left]2;1+\sqrt{2}\right[$ on a: $-4<P(x)<0$

Exercice 9:

Soit n un entier naturel non nul,
On considère le polynôme P défini par :
$P(x)=(x-2)^{3n}+(x-1)^{2n}-1$

1. Montrer l'existence d'un polynome Q tel que : $P(x)=(x-2)Q(x)$ et déterminer le degré de Q
2. Calculer $P(1)$ en fonction de n et déterminer n pour que $P(x)$ soit divisible par $(x-1)$
3. On suppose que $n=1$
   Montrer que $P(x)=(x-2)\left((x-a)^2+b\right)$ avec a *et* b deux réels à déterminer
4. Montrer que pour tout x de $]2;+\infty[$ et pour tout n de $\mathbb{N}^*$ on a : $P(x)>0$

Exercice 10:

Déterminer le réel α strictement positif tel que le polynôme $P(x)=x^3-3x+\alpha$ ait une racine double

Quelle est alors l'autre racine de P .

Exercice 11:

On considère le polynome P défini par : $P(x)=x^3-5x^2+3x+1$. On note $\alpha;\beta\,et\,\gamma$ ses racines

1. Ecrire en fonction de $\alpha;\beta\,et\,\gamma$ la forme factorisée de $P(x)$
2. Montrer que : $\alpha+\beta+\gamma=5$ $\alpha\beta+\beta\gamma+\alpha\gamma=3$ et $\alpha\beta\gamma=-1$
3. Sachant que $\beta=1$ trouver α *et* γ