Calcul de probabilités

Calcul de probabilités

Examens nationaux de 2010 à 2022 - 2ème bac sciences expérimentales

Tous les résultats de ces exercices seront présentés sous forme de fraction irréductible

Rattrapage 2022

Une urne contient trois boules blanches, quatre boules rouges et cinq boules vertes, indiscernables au toucher.
On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne.

1. On considère les événements suivants :
   A : " Obtenir exactement deux boules rouges "
   et B : " Obtenir exactement une boule verte "
   Montrer que $p(A) = \dfrac{12}{55}$ et $p(B) = \dfrac{21}{44}$
2. Calculer $p(A/B)$: la probabilité de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé.
   Les événements A et B sont-ils indépendants ?
3. Soit la variable aléatoire X qui associe à chaque tirage le nombre de boules vertes tirées.
   - 3.a Déterminer la loi de probabilité de X.
   - 3.b Calculer la probabilité d'obtenir au moins deux boules vertes.

Normale 2022

Une urne contient dix boules : trois boules blanches, trois boules vertes et quatre boules rouges indiscernables au toucher.
On tire au hasard simultanément trois boules de l'urne.

1. Montrer que $p(A) = \dfrac{1}{6}$
   où A est l'évènement " N'obtenir aucune boule rouge "
2. Calculer $p(B)$ où B est l'évènement
   " Obtenir trois boules blanches ou trois boules vertes "
3. Montrer que $p(C) = \dfrac{1}{2}$
   où C est l'évènement " Obtenir exactement une boule rouge "
4. Calculer $p(D)$ où D est l'évènement
   " Obtenir au moins deux boules rouges "

Rattrapage 2019

Une urne contient une boule rouge, deux boules blanches et trois boules noires indiscernables au toucher. On tire au hasard successivement et avec remise trois pions de l'urne.
Soient les évènements suivants :
A : " Les trois boules tirées sont de même couleur "
B : " Il n'y a aucune boule blanche parmi les boules tirées "
C : " Il y a exactement deux boules blanches parmi les boules tirées "

1. Montrer que $p(A) = \dfrac{1}{6}$ et $p(B) = \dfrac{8}{27}$
2. Calculer $p(C)$.

Normale 2019

Une urne contient dix boules : trois boules vertes, six boules rouges et une boule noire indiscernables au toucher.
On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne.
On considère les évènements suivants,
A : " Obtenir trois boules vertes "
B : " Obtenir trois boules de même couleur "
C : " Obtenir au moins deux boules de même couleur "

1. Montrer que $p(A) = \dfrac{1}{120}$ et $p(B) = \dfrac{7}{40}$
2. Calculer $p(C)$.

Rattrapage 2018

Une urne contient 12 boules indiscernables au toucher : 3 boules de couleur rouge portant chacune le nombre 1, et 3 boules de couleur rouge portant chacune le nombre 2, et 6 boules de couleur verte portant chacune le nombre 2
On tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne.
On considère les événements suivants :
A : " Obtenir deux boules portant le même nombre "
B : " Obtenir deux boules de couleurs différentes "
C : " Obtenir deux boules portant deux nombres dont la somme est égale à 3 "

1. Montrer que $p(A) = \dfrac{13}{22}$ et $p(B) = \dfrac{6}{11}$ et calculer $p(C)$.
2. 2.a Montrer que $p(A \cap B) = \dfrac{3}{11}$
   2.b Les événements A et B sont-ils indépendants ?
   Justifier la réponse.
3. Sachant que l'événement B est réalisé, calculer la probabilité d'obtenir deux boules portant le même nombre.

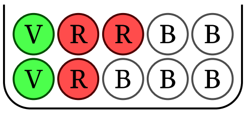
Normale 2018

Une urne contient 9 boules indiscernables au toucher : cinq boules rouges portant les nombres 1, 1, 2, 2, 2, et quatre boules blanches portant les nombres 1, 2, 2, 2.
On considère l'expérience suivante : on tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne. Soient les événements :
A : " Les trois boules tirées sont de même couleur "
B : " Les trois boules tirées portent le même nombre "
C : " Les trois boules tirées sont de même couleur et portent le même nombre "

1. Montrer que $p(A) = \dfrac{1}{6}$, $p(B) = \dfrac{1}{4}$ et $p(C) = \dfrac{1}{42}$
2. On répète l'expérience précédente trois fois avec remise dans l'urne des trois boules tirées après chaque tirage, et on considère la variable aléatoire qui est égale au nombre de fois de réalisation de l'événement A.
   - 2.a Déterminer les paramètres de la variable aléatoire binomiale X.
   - 2.b Montrer que $p(X = 1) = \dfrac{25}{72}$ et calculer $p(X = 2)$.

Rattrapage 2017

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher, cinq boules blanches, trois boules rouges et deux boules vertes.
(voir figure ci-contre)

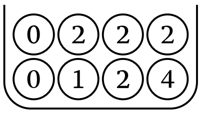


On tire au hasard, simultanément, quatre boules de l'urne.

1. Soit A l'événement :
   " Parmi les quatre boules tirées, une seule boule est verte "
   et B l'événement : " Parmi les quatre boules tirées, il y a exactement trois boules de même couleur "
   Montrer que $p(A) = \dfrac{8}{15}$ et $p(B) = \dfrac{19}{70}$
2. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules vertes tirées.
   2.a Montrer que $p(X = 2) = \dfrac{2}{15}$
   2.b Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X et montrer que l'espérance mathématique $E(X)$ est $\dfrac{4}{5}$.

Normale 2017

Une urne contient huit boules indiscernables au toucher portant chacune un nombre comme indiqué sur la figure ci-contre.



On tire au hasard, simultanément, trois boules de l'urne.

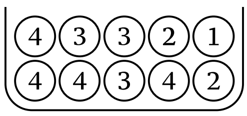
1. Soit A l'événement : « Parmi les trois boules tirées, aucune boule ne porte le nombre 0 »
   et B l'événement : « Le produit des nombres portés par les trois boules tirées est égal à 8 »
   Montrer que $p(A) = \dfrac{5}{14}$ et que $p(B) = \dfrac{1}{7}$
2. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le produit des nombres portés par les trois boules tirées.
   2.a Montrer que $p(X = 16) = \dfrac{3}{28}$
   2.b Le tableau ci-dessous concerne la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

x_i	0	4	8	16
$p\left(X = x_i\right)$				$\dfrac{3}{28}$

   Recopier sur votre copie et compléter le tableau en justifiant chaque réponse.

Rattrapage 2016

Une urne contient 10 boules portant les nombres 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4.
(Les boules sont indiscernables au toucher)



On considère l'expérience suivante : on tire au hasard, successivement et sans remise, deux boules de l'urne.

1. Soit A l'évènement :
   " Obtenir deux boules portant deux nombres pairs "
   Montrer que $p(A) = \dfrac{1}{3}$
2. On répète l'expérience précédente trois fois de suite, en remettant dans l'urne les deux boules tirées après chaque expérience. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de fois où l'évènement A est réalisé.
   Montrer que $p(X = 1) = \dfrac{4}{9}$
   puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Normale 2016

Une urne contient 10 boules : quatre boules rouges et six boules vertes. (Les boules sont indiscernables au toucher)
On tire au hasard, simultanément, deux boules de l'urne.

1. Soit A l'évènement : « Les deux boules tirées sont rouges »
   Montrer que $p(A) = \dfrac{2}{15}$
2. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules rouges restantes dans l'urne après le tirage des deux boules.
   2.a Montrer que l'ensemble des valeurs prises par X est $\{2, 3, 4\}$
   2.b Montrer que $p(X = 3) = \dfrac{8}{15}$ puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Rattrapage 2015

Une urne contient 5 pions : deux pions blancs, deux pions verts et un pion rouge (les pions sont indiscernables au toucher). On tire au hasard, successivement et avec remise trois pions de l'urne.

1. Soit A l'évènement :
   " Les trois pions tirés sont de même couleur "
   Montrer que $p(A) = \dfrac{17}{125}$
2. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de pions blancs tirés.
   Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Normale 2015 (repassé)

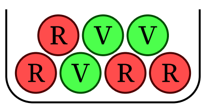
Une urne contient huit boules : trois boules rouges, trois boules vertes et deux boules blanches (les boules sont indiscernables au toucher). On tire au hasard, successivement et sans remise, deux boules de l'urne.

1. On considère l'évènement A suivant :
   " Obtenir au moins une boule blanche "
   et l'évènement B suivant :
   " Obtenir deux boules de même couleur "
   Montrer que $p(A) = \dfrac{13}{28}$ et que $p(B) = \dfrac{1}{4}$
2. On considère la variable aléatoire X qui est égale au nombre de boules blanches tirées.
   2.a Montrer que $p(X = 2) = \dfrac{1}{28}$
   2.b Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X et calculer l'espérance mathématique $E(X)$.

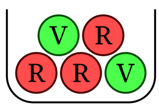
Normale 2015 (annulé)

Une urne U_1 contient 7 boules : quatre boules rouges et trois boules vertes. Une urne U_2 contient 5 boules : trois boules rouges et deux boules vertes (les boules sont indiscernables au toucher).

l'urne U_1



l'urne U_2



1. On considère l'épreuve aléatoire suivante :
   On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne U_1.
   Soit A l'évènement :
   " Obtenir une boule rouge et deux boules vertes "
   et B l'évènement : " Obtenir trois boules de même couleur "
   Montrer que $p(A) = \dfrac{12}{35}$ et $p(B) = \dfrac{1}{7}$

2. On considère l'épreuve aléatoire suivante :
   On tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne U_1 puis on tire au hasard une boule de l'urne U_2.
   Soit C l'événement : " Obtenir trois boules rouges "
   Montrer que $p(C) = \dfrac{6}{35}$

Rattrapage 2014

Pour déterminer les deux questions d'une épreuve orale d'un concours de recrutement, un candidat tire, au hasard, successivement et sans remise deux cartes d'une urne contenant dix cartes : huit cartes concernent les mathématiques et deux cartes concernent le français.
(on considère que les cartes sont indiscernables au toucher)

1. On considère l'évènement A :
   " tirer deux cartes concernant la langue française "
   et l'évènement B :
   " tirer deux cartes concernant deux matières distinctes"
   Montrer que $p(A) = \dfrac{1}{45}$ et $p(B) = \dfrac{16}{45}$
2. Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque tirage le nombre de cartes tirées concernant la langue française.
   2.a Vérifier que les valeurs prises par la variable aléatoire X sont 0, 1 et 2.
   2.b Montrer que $p(X = 2) = \dfrac{28}{45}$
   puis donner la loi de probabilité de X.

Normale 2014

Un sac contient neuf pions indiscernables au toucher et portent les nombres : 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1.

1. On tire au hasard et simultanément deux pions du sac.
   Soit A l'évènement : " La somme des nombres portés par les deux pions tirés est égale à 1"
   Montrer que $p(A) = \dfrac{5}{9}$
2. On considère le jeu suivant : Said tire au hasard et simultanément deux pions de l'urne, il est considéré gagnant s'il tire deux pions portant chacun le nombre 1.
   2.a Montrer que la probabilité pour que Said gagne est $\dfrac{1}{6}$
   2.b Said a joué le jeu précédent trois fois
   (il remet les pions tirés dans le sac à chaque fois)
   Quelle est la probabilité pour que Said gagne exactement deux fois ?

Rattrapage 2013

Un sac contient 9 pions : quatre pions blancs, trois pions noirs et deux pions verts (les pions sont indiscernables au toucher).
On tire au hasard et simultanément trois pions du sac.

1. On considère les évènements :
   A : " Obtenir trois pions de même couleur " et
   B : " Obtenir trois pions de couleurs deux à deux distinctes "
   Montrer que $p(A) = \dfrac{5}{84}$ et $p(B) = \dfrac{2}{7}$
2. Soit X la variable aléatoire qui est égale au nombre de pions noirs tirés.
   2.a Vérifier que les valeurs prises par X sont 0, 1, 2 et 3.
   2.b Montrer que $p(X = 1) = \dfrac{15}{28}$ et $p(X = 2) = \dfrac{3}{14}$
   2.c Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Normale 2013

Une urne contient 10 boules : cinq boules rouges, trois boules vertes et deux boules blanches (les boules sont indiscernables au toucher).
On tire au hasard et simultanément quatre boules de l'urne.

1. On considère les évènements suivants :
   A : " Obtenir deux boules rouges et deux boules vertes "
   B : " Il n'existe aucune boule blanche parmi les boules tirées "
   Montrer que $p(A) = \dfrac{1}{7}$ et $p(B) = \dfrac{1}{3}$
2. Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque tirage le nombre de boules blanches tirées.
   2.a Vérifier que les valeurs prises par X sont 0, 1 et 2.
   2.b Montrer que $p(X = 1) = \dfrac{8}{15}$ puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

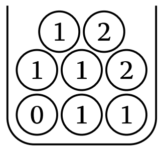
Rattrapage 2012

Une urne contient cinq boules rouges, quatre boules blanches et trois boules vertes (les boules sont indiscernables au toucher).
On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne.

1. Montrer que la probabilité d'obtenir trois boules rouges est $\dfrac{1}{22}$
2. Montrer que la probabilité d'obtenir trois boules de même couleur est $\dfrac{3}{44}$
3. Montrer que la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge est $\dfrac{37}{44}$

Normale 2012

Un sac contient huit pions : un pions porte le nombre 0, cinq pions portent le numéro 1 et deux pions portent le numéro 2.
(Les pions sont indiscernables au toucher).



On tire au hasard et simultanément trois pions du sac.

1. Soit A l'évènement : " Obtenir trois pions portant des nombres distincts deux à deux "
   Montrer que $p(A) = \dfrac{5}{28}$
2. Soit B l'évènement :
   " La somme des nombres portés par les pions tirés est 5 "
   Montrer que $p(B) = \dfrac{5}{56}$
3. Soit C l'évènement :
   " La somme des nombres portés par les pions tirés est 4 "
   Montrer que $p(C) = \dfrac{3}{8}$

Rattrapage 2010

Une urne contient huit boules indiscernables au toucher et portant les nombres : 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3. On tire au hasard, successivement et sans remise deux boules de l'urne.

1. Soit A l'évènement :
   " Obtenir deux boules portant chacune le nombre 2 "
   et B l'évènement :
   " Obtenir deux boules dont l'une au moins porte le nombre 3"
   Montrer que $p(A) = \dfrac{3}{28}$ et $p(B) = \dfrac{13}{28}$

2. Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque tirage le nombre de boutes qui portent un nombre impair.

   2.a Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X.

   2.b Montrer que $p(X=1)=\dfrac{15}{28}$

   2.c Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Normale 2010

Une urne contient dix boules, cinq boules blanches, trois boules rouges et deux boules noires.
(Les boules sont indiscernables au toucher).
On tire au hasard et simultanément quatre boules de l'urne.

1. On considère les deux évènements suivants :

   A : " Obtenir une seule boule rouge " et

   B : " Obtenir au moins une boule blanche "

   Montrer que $p(A)=\dfrac{1}{2}$ et $p(B)=\dfrac{41}{42}$

2. On considère la variable aléatoire X qui associe à chaque tirage le nombre de boules rouges tirées.

   2.a Vérifier que les valeurs prises par X sont 0, 1, 2 et 3.

   2.b Montrer que $p(X=0)=\dfrac{1}{6}$ et $p(X=2)=\dfrac{3}{10}$

   2.c Déterminer la loi de probabilités de la variable aléatoire X.