Exercice1

On considère les deux fonctions f et g définies par :

$$f(x)=\frac{x+2}{x-1} \quad \text{et} \quad g(x)=x^2$$

1) dresser le tableau de variation de f et g

2) tracer les courbes $\left(C_f\right)$ et $\left(C_g\right)$

3) résoudre graphiquement l'inéquation $\frac{x+2}{x-1}\geq x^2$

Exercice2

on considère la fonction f définie par :

$$f(x)=\frac{\sqrt{x-1}}{x}$$

1) Montrer que f minorée

2) a) montrer que f est majorée par $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{2}$ est-elle une valeur maximale de f ?

3) on pose $h(x)=\sqrt{x-1}$ et $g(x)=\frac{x}{x^2+1}$

a) montrer que $T_g=\frac{1-xy}{\left(1+x^2\right)\left(1+y^2\right)}$

b) étudier les variations de g sur $[0,1]$ et sur $[1,+\infty[$

c) soients a et b deux réels de $\mathbb{R}^{*+}$ tels que :

$a+b\geq 2$. montrer que $a+b+\frac{1}{a+b}\geq\frac{5}{2}$

d) vérifier que $f=g\circ h$ puis étudier les variations de f sur D_f

Exercice3

soit la fonction f définie par : $f(x)=x+4-2\sqrt{x+2}$

1) déterminer D_f et montrer que f est minorée par 1

2) résoudre l'équation $f(x)=1$

3) on pose $g(x)=\sqrt{x+2}$

a) déterminer une fonction h telle que : $f=h\circ g$

b) étudier la monotonie de f sur $[-2,-1]$

Exercice4

On considère les deux fonctions f et g définies par :

$$f(x)=\frac{2x-1}{x-1} \quad \text{et} \quad g(x)=x^2-2x+3$$

1) quelle est la nature de $\left(C_f\right)$; $\left(C_g\right)$ et leurs

2) calculer $f(2)$ et $g(2)$ puis tracer

3) résoudre graphiquement l'inéquation : $(x-1)^2\leq\frac{1}{x-1}$

4) étudier le sens de variation de $f\circ g$ sur $[1,+\infty[$

Exercice5

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{1-x}$

1) déterminer le domaine D et montrer que la droite (Δ) $x=\frac{1}{2}$ est axe de symétrie

2) a) en utilisant un raisonnement par équivalence successive montrer que f est minorée par 1

b) 1 est-elle valeur minimale de f ?

3) calculer $\left(f(x)\right)^2$ puis déduire que f est majorée par $\sqrt{2}$. $\sqrt{2}$ est-elle valeur maximale de f ?

4) a) montrer que :

$$T_f=\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\frac{1}{\sqrt{x-1}+\sqrt{y-1}}$$

b) étudier les variations de f sur $\left[0,\frac{1}{2}\right]$ et $\left[\frac{1}{2},1\right]$

5) on pose $h(x)=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{x-2}}{\sqrt{x}}$ et $g(x)=\frac{2}{x}$

a) montrer que $h=f\circ g$ puis étudier les variations de h

Exercice6

On considère les deux fonctions f et g définies par :

$$f(x)=\frac{2x-1}{x-1} \quad \text{et} \quad g(x)=x^2-2x+3$$

1) quelle est la nature de $\left(C_f\right)$; $\left(C_g\right)$ et leurs

2) calculer $f(2)$ et $g(2)$ puis tracer

3) résoudre graphiquement l'inéquation : $(x-1)^2\leq\frac{1}{x-1}$

4) étudier le sens de variation de $f\circ g$ sur $[1,+\infty[$

Exercice7

soit la fonction f telle que $f(x)=x^3+x^2+x$

1) montrer que

$$\left(\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2\right)\ x^2+y^2+xy+x+y+1>0$$

2) étudier le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$

3) on pose $h(x)=\frac{x+\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}}$

a) Vérifier $h(x)=f\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$

b) En déduire la monotonie de h