

**EXERCICE1**

- Déterminer la parité des nombres suivants :  
 $A = (n+3)(n+4) + 5$                        $B = 3^{2015} + 4^{2016}$   
 $C = 3n^2 + n$                                $D = (n+7) + (n+8)$
- $a$ ,  $b$  et  $c$  trois nombres consécutifs déterminer la parité de  $a+b+c$  et  $ac$ .

**EXERCICE2** soit  $n$  et  $k$  deux entiers naturels.

- Montrer que si  $n = 5k + 1$  alors  $n^2 - 1$  est divisible par 5.
- Montrer que si  $n = 5k + 2$  alors  $n^2 + 1$  est divisible par 5.
- Montrer que la somme de cinq nombres entiers consécutifs est un multiple de 5.
- Montrer que la somme de trois nombres pairs consécutifs est un multiple de 6.
- Montrer que la somme de trois nombres impairs consécutifs est un multiple de 3.
- $n$ ,  $m$  et  $k$  trois entiers naturels,  
montrer que si  $3n + 2m$  et  $7n + 5m$  sont deux multiples de  $k$  alors  $n$  est multiple de  $k$ .

**EXERCICES**

- Sans calculer, les nombres suivants sont ils premiers ?

$$A = 49 \times 11 + 7 \quad B = 5 \times 2 \times 7 + 24 \quad C = 33 + 11 \times 7$$

- $17^2$  est il premier ? même question pour 317.

**EXERCICE4**

- On pose  $A = 5^{n+2} - 5^n$  avec  $n \in \mathbb{N}$   
Ecrire  $A$  sous forme d'un produit de facteurs premiers puis montrer qu'il est divisible par 6
- On pose  $B = 3^{n+3} + 3^n$  avec  $n \in \mathbb{N}$   
Ecrire  $B$  sous forme d'un produit de facteurs premiers puis montrer qu'il est divisible par 14.

**EXERCICE5**

- Développer le produit  $E = (n+1)^2 - n^2$
- En déduire que  $E$  est un entier impair pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$
- Ecrire les entiers suivants comme différence des carrés de deux entiers naturels consécutifs  
17, 45 et 101.

**EXERCICE6**

- Montrer que le nbre  $A = n^2 + n + 2$  est pair quelque soit l'entier naturel  $n$ .
- Montrer que le nbre  $B = 5^{n+2} - 5^n$  est divisible par 3 quelque soit l'entier naturel  $n$
- Déterminer la parité du nbre  $n^2 + n + 4$  quelque soit l'entier naturel  $n$ .

**EXERCICE7**

- Développer le nombre  $A = (3n + 2)^2 - 5n \left( n + \frac{8}{5} \right) - 3$ ;  $n \in \mathbb{N}$
- En déduire que  $A$  est un carré parfait
- Déterminer la parité de  $A$

**EXERCICE8** On pose  $A = 2 \times 3^2 \times 7^3$ 

- Déterminer le nombre de diviseur de  $A$
- Déterminer les diviseur de  $A$
- Détermner le plus petit entier  $k$  telque :  $k \times A$  soit un carré parfait

### EXERCICE8

1. Déterminer si le nombre 11 309 est premier ,justifier la réponse
2. Décomposer en produit de facteurs premiers 715 et donner le nombre de ses diviseurs
3. Déterminer le PGCD de 103 950 et 8 820 par la methde d'Euclide
4. Déterminer le PGCD de  $a = 2^2 \times 3^2 \times 5^9$  et  $b = 2 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^3$

### EXERCICE9

1. Déterminer les diviseurs de 15
2. En déduire les entiers naturels  $x$  et  $y$  tels que :  $(x + 3)(y + 1) = 15$
3. Déterminer les entiers naturels  $x$  et  $y$  tels que :  $xy + x + 3y = 12$

### EXERCICE10

1. Déterminer  $PGCD(1240, 1488)$
2. Écrire le nombre  $\frac{1240}{1488}$  sous forme irréductible

### EXERCICE11

1. Ecrire sous forme d'un produit de facteurs premiers les nbres suivants :  
 $a = 2^3 \times 3^2 \times 7 + 2^2 \times 3^3 \times 5$  ,  $b = 2^3 \times 5^2 \times 7 + 2^2 \times 5^3$  et  $c = 19 \times 4 \times 3 + 2^3 \times 3^2$
2. Déduire la valeur de :  $\text{pgcd}(a ; b)$  ,  $\text{pgcd}(b ; c)$  et  $\text{ppcm}(b ; c)$

### EXERCICE12

1. Décomposer les deux nbres suivants en produit de facteurs premiers  $a=2356$  et  $b=1612$
2. Déduire la valeur de :  $\text{pgcd}(a ; b)$  et  $\text{ppcm}(a ; b)$
3. Donner la forme irréductible de  $\frac{a}{b}$  puis Simplifier  $\sqrt{ab}$

### EXERCICE13

1. Déterminer tous les diviseurs du nbre 26  
déduire tous les entiers naturels  $x$  et  $y$  tel que  $(x + 1)(y + 2) = 26$
2. Déterminer tous les entiers naturels  $x$  et  $y$  tel que  $(x + 1)(y + 1) = 17$

### EXERCICE14

$a$  et  $b$  deux entiers tels que  $a > 2b$

1. Démotrer que les nombres  $a - 2b$  et  $a + 2b$  ont la même parité
2. Résoudre dans  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  l'équation  $a^2 - 4b^2 = 36$

### EXERCICE15

Soit  $a$  et  $b$  deux entiers tels que :  $a < b$  ,  $a \times b = 2560$  et  $a \wedge b = 16$

1. Déterminer  $a \vee b$
2. Déterminer les facteurs premiers des deux décompositions de  $a$  et  $b$

### EXERCICE16

Soit  $a$  et  $b$  deux entiers tels que :  $a < b$  ,  $a \times b = 1134$  et  $a \vee b = 126$

1. Déterminer les facteurs premiers des deux décompositions de  $a$  et  $b$
2. Déterminer  $a$  et  $b$

### EXERCICE17

1. Déterminer les diviseurs de 14
2. En déduire les entiers  $a$  et  $b$  Sachant que :  $(a - 1)(b + 2) = 14$

### EXERCICE17

I. Soit  $n$  un entier naturel

1. Développer l'expression :  $(n + 1)^2 - n^2$
2. En déduire que tous nombre impaire est une différence de deux carres parfaits
3. En déduire l'écriture de 2015 sous forme de différence de deux carres parfaits

II. On pose  $a = n^2 + n + 7$

1. Montrer que  $a$  est impaire
2. En déduire l'écriture de  $a$  sous forme de différence de deux carres parfaits