EXERCICES CHAPTRE TRIGONOMETRIE
TC

Exercice1 :

1.Déterminer les abscisses curvilignes principales associées aux abscisses curvilignes $\frac{325\pi}{12}$ et $\frac{-2365\pi}{15}$.

2.Représenter sur le cercle trigonométrique les points d'abscisses curvilignes $\frac{-\pi}{6}, \frac{13\pi}{4}$ et $\frac{59\pi}{3}$

3.Représenter sur le cercle trigonométrique les images de l'ensemble $\{\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{3} ; k \in \mathbb{Z}\}$

Exercice2 :

Dans le plan $(\mathcal{P})$ muni d'un repère orthonormé direct $\mathcal{R}(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on considère les points A et B d'abscisses curvilignes respectives $\frac{267\pi}{6}$ et $\frac{238\pi}{3}$ et soit C un point sur le cercle trigonométrique tel que $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}) \equiv \frac{-12\pi}{5}[2\pi]$

1.Déterminer les abscisses curvilignes principales de A et B

2. a)Déterminer la mesure principale de l'angle $(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}})$

 b) Déterminer $\cos((\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}})$

3. Déterminer la mesure principale de l'angle $(\widehat{\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OB}})$

4.Représenter les points A, B et C sur le cercle trigonométrique

Exercice 3 :

1. Calculer les sommes suivants :

$$A = cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + cos^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + cos^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$$

$$B = sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + sin^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + sin^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + sin^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$$

2. Sachant que $tan(\frac{\pi}{8}) = \sqrt{2}-1$ déterminer $cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$; $sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et $cos\left(\frac{7\pi}{8}\right)$.

Exercice 4 :

1. Simplifier :

$C = sin\left(\frac{7\pi}{2}+x\right)cos(7\pi - x) + cos\left(\frac{27\pi}{2}-x\right)sin(3\pi + x)$

2. Montrer que $cos^6 x + sin^6 x + 3cos^2xsin^2x = 1$

Exercice 5 :

Soit $x \in]\frac{\pi}{2},\pi]$ on pose : $A = \frac{tan-1}{tan^2x+1}$

1. Montrer que $A = cosx \times sinx - cos^2x$
2. Si $inx = \frac{4}{5}$, calculer A.
3.Si $A = 0$ calculer x.

Exercice 6 :

On pose $B(x) = cos^6 x + sin^6 x - \frac{1}{4}$ où $x \in [0,\pi]$

1.Montrer que $B(x) = \frac{3}{4}(2cos^2x - 1)^2$

2.Ecrire $B(x)$ en fonction de $tanx$

3.Si $tanx = -\sqrt{2}$ calculer $B(x)$ et $cosx$

Exercice 7 :

1.Soient a et b deux réels tels que $a + b = \frac{\pi}{2}$; Montrer que : $cos^2a + cos^2b = 1$ et $sin^2a + sin^2b = 1$

2.Soient a et b deux réels tels que $a - b = \frac{\pi}{2}$; Montrer que : $cos^2a + cos^2b = 1$ et $sin^2a + sin^2b = 1$.

3. En déduire les sommes :

$$A_1 = cos^2\left(\frac{\pi}{7}\right) + cos^2\left(\frac{5\pi}{14}\right)$$

$$A_2 = sin^2\left(\frac{\pi}{14}\right) + sin^2\left(\frac{6\pi}{14}\right)$$

$$A_3 = cos^2\left(\frac{\pi}{7}\right) + cos^2\left(\frac{9\pi}{14}\right)$$

$$A_4 = sin^2\left(\frac{\pi}{14}\right) + sin^2\left(\frac{8\pi}{14}\right)$$

Exercice 8 :

Pour tout x dans $\mathbb{R}$ on pose :

$H(x) = cosx + sinx - (cos^3 x + sin^3 x)$

1.Montrer que $H(x) = cosx \times sinx(cosx + sinx)$

2.Verifier que $H\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = -H(x)$ et que :

$H(x+\pi) = -H(x)$

3.Calculer $H\left(\frac{2017\pi}{6}\right)$

Exercice 9

1.Soient a et b deux réels tels que $a + b = \pi$; Montrer que : $cosa + cosb = 0$.

2.Soient a et b deux réels tels que $a - b = \pi$; Montrer que : $cosa + cosb = 0$.

3.En déduire les sommes :

$$A = cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) + cos\left(\frac{3\pi}{5}\right) + cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)$$

$$A = cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + cos\left(\frac{5\pi}{3}\right)$$

Exercice 10 :

Soient α et β deux réels tels que $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ et $\alpha + \beta = \pi$; on pose $\tan(\alpha)\tan(\beta) = 2\sqrt{2} - 3$

1.Montrer que $\tan(\alpha) = \sqrt{2} - 1$

2. Calculer $\cos(\alpha)$ puis en déduire que $\cos(\beta) = -\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

Exercice 11 :

Le cercle trigonométrique $(\mathcal{C})$ est associé à un repère orthonormé direct $\mathcal{R}(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$ du plan.

Partie1

M est le point de $(\mathcal{C})$ tel que $(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OM}) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$

1. Quelles sont les coordonnées de M dans le repère $\mathcal{R}$.
2. Calculer la distance IM
3. a. Démontrer que $IM = 2sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$

 b. En déduire la valeur exacte de $sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$

4. Calculer la valeur exacte de $cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$
5. Déduire des questions précédentes les lignes trigonométriques de : $\frac{7\pi}{8}$; $\frac{9\pi}{8}$; $\frac{5\pi}{8}$ et $\frac{3\pi}{8}$.

Partie2

N est le point de $(\mathcal{C})$ tel que $(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OM}) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$

1. Quelles sont les coordonnées de N dans le repère $\mathcal{R}$.
2. Calculer la distance IN
3. a. Démontrer que $IN = 2sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

 b. En déduire la valeur exacte de $sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

4. Calculer la valeur exacte de $cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$